



**TecnoCampus**  
Escola Superior  
Politécnica

Centre adscrit a la



Universitat  
Pompeu Fabra  
Barcelona

**Grau Enginyeria electrònica industrial i automàtica**

**ESTUDI D'ESTRATÈGIES DE CONTROL DEL PÈNDOL  
INVERTIT SOBRE CARRO**

**Memòria**

**JORDI PURCALLA CAMPS  
PONENT: JOAN TRIADÓ**

PRIMAVERA 2022



**TecnoCampus**  
Mataró-Maresme



## **Dedicatòria**

Vull dedicar aquesta memòria de TFG a l'Eulàlia Camps Mascaró, mare, economista i amiga.



## **Agraïments**

Agrair a Bianca per el recolzament en els moments difícils d'aquest projecte, així com al meu professor ponent Joan, per la seva implicació i ajuda.



## **Resum**

Aquest projecte té com objectiu principal ha sigut analitzar i dissenyar diferents controladors digitals (Retorn d'estat, Regulador LQR, PID, Controlador Fuzzy) amb les respectives estratègies de control per al sistema dinàmic pèndol invertit sobre un carro. Es controla el pèndol en la posició vertical inestable i la posició del carro sobre la guia. El disseny i simulació es realitza amb el software MATLAB, mentre que la posada en marxa dels controladors dissenyats es realitza sobre la maqueta Feedback Digital Pendulum del laboratori de control de Tecnocampus Mataró-Maresme

## **Resumen**

Este proyecto tiene como objetivo principal analizar y diseñar diferentes controladores digitales (Retorno de estado, Regulador LQR, PID, Controlador Fuzzy) con las respectivas estrategias de control para el sistema dinámico péndulo invertido sobre un carro. Se controla el péndulo en la posición vertical inestable y la posición del carro sobre la guía. El diseño y simulación se realiza con el software MATLAB, mientras que la puesta en marcha de los controladores diseñados se realiza sobre la maqueta Feedback Digital Pendulum del laboratorio de control de Tecnocampus Mataró-Maresme

## **Abstract**

The main objective of this project is to analyze and design different digital controllers (State-Feedback, LQR Controller, PID, Fuzzy Controller) with the respective control strategies for the dynamic system inverted pendulum on a trolley. The pendulum is controlled in the vertical unstable position and the position of the carriage on the guide. The design and simulation is performed with MATLAB software, while the implementation of the designed controllers is performed on the Feedback Digital Pendulum model of the control laboratory of Tecnocampus Mataró-Maresme.





# Índex

Índex de Figures.....	III
Índex de Taules.....	V
1. Objectius.....	5
1.1 Propòsit.....	5
1.2 Finalitat.....	5
1.3 Objecte.....	5
1.4 Abast.....	5
1.5 Context en les línies d'investigació i transferència de coneixement del Tecnocampus. ....	5
2. Perspectiva de gènere .....	7
3. Antecedents i necessitat d'informació .....	8
3.1 Introducció .....	9
3.2 Tipologies de sistemes i conceptes de control: .....	9
3.2.1 Sistemes de control en llaç obert / tancat .....	9
3.2.2 Sistema Continu/ Discret .....	10
3.2.3 Estabilitat del sistema .....	10
3.2.4 Linealitat del sistema .....	10
3.2.5 Nombre d'entrades i sortides.....	10
3.2.6 Disseny de sistemes de control .....	11
3.3 Antecedents del pèndol invertit .....	11
3.3.1 Descripció entorn de treball Feedback Digital Pendulum.....	13
3.3.2 Descripció entorn de treball MATLAB i definicions de dissenys de control.....	14
3.4 Aplicacions directes del concepte del pèndol a la vida real.....	14
4. Objectius i especificacions tècniques .....	17
5. Metodologia de treball.....	19
6. Modelat matemàtic del pèndol.....	21
6.1 Equacions dinàmiques del sistema .....	21
6.2 Linealització del sistema .....	23
6.3 Representació en variable d'estats:.....	23
6.4 Controlabilitat Observabilitat.....	26
6.5 Modelat del Sistema no lineal .....	27
7. CONTROL DEL PÈNDOL .....	29
7.1 Condicions inicials i limitacions.....	29
7.2 Control per retorn d'estat .....	29
7.2.1 Control sistema lineal: .....	32
7.2.2 Control sistema no lineal: .....	34



7.3 Controlador LQR (regulador lineal quadràtic) .....	36
7.3.1 Control sistema lineal: .....	36
7.3.2 Control del sistema No lineal: .....	39
7.4 Controlador PID .....	40
7.4.1 Control del sistema lineal.....	42
7.4.2 Control del sistema No lineal .....	45
7.5 Control de lògica difosa FUZZY .....	47
7.5.1 Disseny del controlador .....	48
7.5.2 Control del sistema no lineal.....	53
7.6 Anàlisis i conclusions de les simulacions: .....	55
7.7 Posada en marxa dels controladors al sistema real.....	57
7.7.1 Resposta del control Retorn d'estat .....	57
7.7.2 Resposta del control LQR.....	58
7.7.3 Resposta del control PID.....	58
7.7.4 Resposta del control Fuzzy.....	59
8. Planificació .....	61
8.1 Descripció de tasques: .....	61
8.2 Llistat i dependències de tasques i programació.....	61
8.3 Pla de contingència .....	63
9. ANÀLISI DE VIABILITAT .....	64
9.1 Viabilitat tècnica .....	65
9.1.1 Materials emprats: .....	65
9.1.2 Plantejament i generació de solucions alternatives: .....	66
9.2 Viabilitat econòmica.....	67
9.2.1 Amidaments .....	67
9.2.2 Materials .....	68
9.2.3 Quadre de preus.....	68
9.2.4 Capítol I Elaboració del projecte.....	69
9.2.5 Capítol II Material .....	69
9.2.6 Capítol III Amortitzacions.....	70
9.2.7 Pressupost total del projecte .....	71
9.3 Viabilitat mediambiental .....	72
10 Bibliografia.....	74

## Índex de figures

Figura 3.1 Sistema control llaç obert.....	9
Figura 3.2 Sistema control llaç tancat.....	10
Figura 3.3: Tipus sistemes per E-S .....	11
Figura 3.4: Pèndol invertit .....	12
Figura 3.5: Antecedents pèndol invertit .....	12
Figura 3.6: Entorn FIP .....	13
Imatge 3.7: Posicions pèndol .....	14
Figura 4.1: Zones de treball FIP.....	17
Figura 4.2: sistema SIMO.....	17
Figura 5.1 Diagrama Metodologia de treball .....	19
Figura 6.1 Esquema model dinàmic pèndol invertit.....	21
Figura 6.2 Esquema forces lineals .....	22
Figura 6.3 Esquema forces lineals .....	22
Figura 6.4 Matriu del sistema discret variable d'estat.....	26
Figura 6.5 Planta no lineal pèndol invertit Simulink.....	27
Figura 6.6 Subsistema Pèndol invertir no lineal .....	27
Figura 7.1: Sistema realimentat amb control .....	29
Figura 7.2 Taula de pols ITAE.....	30
Figura 7.3. Simulink Control per retorn d'estat sistema lineal .....	32
Figura 7.4 Condicions inicials i Ts .....	32
Figura 7.5 Resposta Retorn d'estat posició carro .....	33
Figura 7.6 Resposta Retorn d'estat angle pèndol.....	33
Figura 7.7 Simulink Control retorn d'estat sistema No Lineal .....	34
Figura 7.8 Resposta Retorn d'estat carro sistema No Lineal .....	35
Figura 7.9 Resposta Retorn d'estat pèndol sistema no lineal.....	35
Figura 7.10 Diagrama Simulink control LQR lineal .....	37
Figura 7.11 Resposta LQR posició carro .....	37
Figura 7.12 Resposta LQR angle pèndol.....	38
Figura 7.13 Resposta LQR millorat carro i angle del pèndol.....	39
Figura 7.14 Diagrama Simulink control LQR no lineal .....	39
Figura 7.15 Resposta LQR- No lineal posició carro.....	40
Figura 7.16 Resposta LQR No lineal angle pèndol .....	40
Figura 7.17 Diagrama Simulink Control per PID .....	42

Figura 7.18 Resposta PID tunner tool posició carro .....	43
Figura 7.19 Resposta PID tunner tool angle pèndol .....	44
Figura 7.20 Resposta PID millorat.....	45
Figura 7.21. Simulink Control PID sistema No lineal /Font [EP] .....	45
Figura 7.21 Resposta control PID carro no lineal .....	46
Figura 7.22 Resposta control PID angle pèndol no lineal .....	46
Figura 7.23 lògica difosa/lògica clàssica Font [7] .....	47
Figura 7.24 FIS mamdani controller.....	49
Figura 7.25 Univers del discurs error carro.....	50
Figura 7.26 Univers del discurs derivada error carro .....	50
Figura 7.27 Univers del discurs derivada de l'error sortida carro.....	50
Figura 7.28 Univers del discurs error pèndol.....	51
Figura 7.29 Univers del discurs derivada de l'error pèndol .....	51
Figura 7.30 Univers del discurs derivada sortida pèndol .....	51
Figura 7.31 Exemple aplicació regles.....	52
Figura 7.33 Simulink sistema de control Fuzzy no lineal .....	53
Figura 7.34 Resposta control Fuzzy No Lineal.....	54
Figura 7.35 : Resposta sistema real retorn d'estat .....	57
Figura 7.36 : Resposta sistema real LQR .....	58
Figura 7.37 : Resposta sistema real PID .....	59
Figura 7.38 : Resposta sistema real Fuzzy .....	59
Figura 7.39: Diagrama de Gantt.....	62

## Índex de taules

Taula 6.1 paràmetres del sistema/ Font .....	25
Taula 7.2 $K_p$ , $K_i$ , $K_d$ angle pèndol i carro .....	43
Taula 7.3 $K_p$ , $K_i$ , $K_d$ angle pèndol i carro .....	44
Taula 7.4 Conjunt de regles fuzzy .....	53
Taula 7.5 : Anàlisis i conclusions .....	56
Taula 7.6 : Anàlisis i conclusions .....	58
Taula 8.1: Anàlisis de dependències.....	62
Taula 8.2 Pla de contingència .....	63
Taula 9.1 : Alternatives de software simulació .....	66
Taula 9.2 : Amidaments.....	67
Taula 9.3 : Material.....	68
Taula 9.4 : Quadre de preus.....	68
Taula 9.5 : Cost cap.1 .....	69
Taula 9.6 : Costos Cap 2.....	70
Taula 9.7 : Amortitzacions .....	70
Taula 9.8 : Pressupost total.....	71

# 1. Objectius

## 1.1 Propòsit

L'objecte principal del projecte és desenvolupar diferents estratègies de control dintre del camp del Control digital de sistemes en el problema clàssic d'un sistema no lineal inestable: el pèndol invertit sobre un carro.

## 1.2 Finalitat

Amb la finalitat d'estudiar i comparar el comportament d'aquestes estratègies amb els software MATLAB (amb la seva gran varietat d'eines) i la maqueta Digital Pendulum 33-936S de la casa Feedback, propietat de l'escola TecnoCampus Mataró-Maresme.

## 1.3 Objecte

Document del disseny i simulació d'estratègies de control per al pèndol invertit sobre un carro, amb l'experimentació sobre la maqueta descrita. Constarà de la documentació de disseny i arxius de programació i Simulació MATLAB, així com un document comparatiu de resultats de les diferents estratègies.

## 1.4 Abast

L'abast del present estudi consta d'un model matemàtic del sistema per a poder representarlo en forma d'equacions i disseny de diferents de les estratègies de control proposades per el client, amb els software Matlab y l'eina Simulink. Es realitzaran posta en marxa sobre el sistema real descrit de les estratègies satisfactòries. Confluint amb l'Elaboració d'un informe comparatiu dels resultats .

## 1.5 Context en les línies d'investigació i transferència de coneixement del TecnoCampus Mataró.

El treball de final de grau a realitzar, està orientat a la investigació del control i simulació de processos digitals, en particular en l'àmbit del control de sistemes dinàmics.

Aquest treball es situa dins de la línia d'innovació i desenvolupament, emmarcat en l'àmbit de treball del grup d'investigació F14.0 (Fabricació Intel·ligent i Innovació Industrial). Permeten aportar un estudi de diferents estratègies de control digitals, per al problema del pèndol invertit

\*



## **2. Perspectiva de gènere**

En el cas del present projecte no aplica la perspectiva de gènere.

Justificació: Aquest TFG no dissenya cap producte ni servei tecnològic doncs no limita l'accés als mateixos, es limita a dissenyar controladors digitals per a una maqueta d'experimentació educativa, ajustant models matemàtics als resultats. El resultat serà un coneixement més profund del comportament dels controlador digitals per a sistemes inestables. No esdevé cap desigualtat (per diferències d'ingressos o per factors socioculturals). Tampoc aplica en quant a l'ajust de la tecnologia per diferències biològiques (com força o mida corporal).

### **3. Antecedents i necessitat d'informació**

### 3.1 Introducció

El control automàtic, és una ciència que consisteix en el estudi i disseny de mecanismes o procediments que ens permetin governar millor determinants sistemes físics. D'aquesta manera es poden obtenir els valors desitjats de les variables que es volen controlar ja siguin: velocitat, posició, concentració de compostos, indicadors econòmics, etc.

El element automàtic consisteix en dotar el propi sistema d'un dispositiu controlador per a que ell mateix s'autoreguli i continuar tenint valors específics de les variables d'entrada tot i les dificultats que es puguin presentar: alteracions del propi sistema en el transcurs del temps, la presència d'elements externs o pertorbacions que influeixen sobre el sistema, errors o imprecisions en el moment de construir el model matemàtic amb el que s'han calculat les sortides i respostes previstes". Text adaptat de [1]

### 3.2 Tipologies de sistemes i conceptes de control:

En la teoria de control es poden classificar els tipus de sistemes segons moltíssimes classes, en el cas del present projecte es fa una selecció de les classificacions més rellevant del mateix. descrites a continuació:

#### 3.2.1 Sistemes de control en llaç obert / tancat .

En el control en llaç obert no es pot verificar com s'executen les ordres programades, en altre paraules la sortida no es mesura ni es retro alimenta per comparar-la amb l'entrada. D'aquesta manera només té actuació en el procés del senyal d'entrada, donant com a resultat a la sortida un senyal independent del d'entrada. Figura 3.1

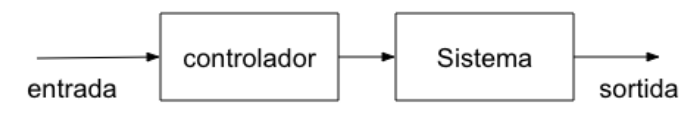


Figura 3.1 Sistema control llaç obert / Font: elaboració pròpia

En canvi, en el control en llaç tancat es troba una retroalimentació directe (que pot ser una funció del senyal de sortida en sí o una funció del senyal de sortida i les seves derivades integrals) a la unitat de control per retocar si cal les ordres d'entrada. Figura 3.2.

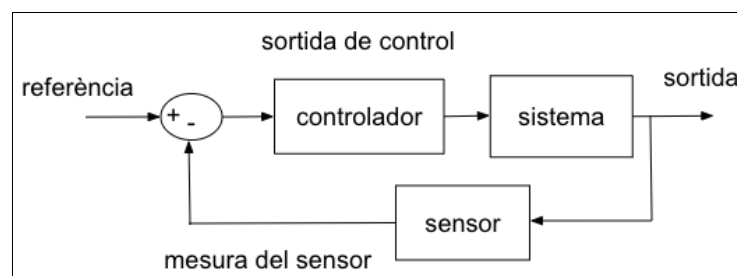


Figura 3.2 Sistema control llaç tancat / Font: elaboració pròpia

En altres paraules la sortida del sistema controla directament els paràmetres o variables de l'entrada. (Ogata, 2010) [2]. Generalment els sistemes automàtics seran basats en controls en llaç tancat.

### 3.2.2 Sistema Continu/ Discret

Els sistemes discrets son aquells que es defineixen mitjançant un nombre finit de graus de llibertat, en canvi els sistemes continus son aquells que necessiten infinits graus de llibertat per ser exactament definits. No obstant cal diferenciar la definició termes de control, doncs un sistema de control continuo significa que en un circuit en llaç tancat, de manera interrompuda, transmeten un senyal continu cap al actuador. els elements Proporcional, integral i derivatiu son elements de control continu ben establerts. En canvi un sistema control discret és aquell que inclou un computador digital en llaç tancat per a realitzar un processament de senyal. Un PID digital seria un exemple de controlador discret.[2]

### 3.2.3 Estabilitat del sistema

Al dissenyar qualsevol sistema de control d'un procés dinàmic, l'estabilitat és un dels principals paràmetres a tenir en compte. La inestabilitat pot produir un desgast o destrucció del procés. Es pot dir que un sistema o procés és estable si, davant d'una senyal d'entrada limitada d'amplitud el sistema respon amb una senyal de sortida també limitada en amplitud. Aquesta és la definició del que es denomina "estabilitat absoluta", és a dir el sistema es o no estable. En ocasions però apareix el terme la "estabilitat relativa" que es podria definir com el grau o marges d'estabilitat del sistema.[3]

### 3.2.4 Linealitat del sistema

Un sistema lineal es aquell per el qual es pot aplicar el conegut teorema de superposició: Si es suposa que l'entrada d'un sistema  $A1(t)$  produeix una sortida  $B1(t)$ , i que l'entrada  $A2(t)$  produeix una resposta  $B2(t)$ , aleshores si es tracta d'un sistema lineal, l'entrada de la suma de  $A1(t) + A2(t)$  hauria de resultar a la sortida  $B1(t) + B2(t)$ . Tots els sistemes físics es consideren inherentment no lineals, no obstant si les seves variables no varien excessivament poden respondre com a sistemes lineals.

### 3.2.5 Nombre d'entrades i sortides

Segons els nombre d'entrades i sortides del sistema, es denominen per el seu comportament, en aquest cas d'exemple explicatiu a la Figura 3.3

- D'una entrada i una sortida SISO, en anglès *Single Input, Single Output*. Habitualment sistemes controlables amb controls clàssics: proporcional, derivatiu, integral, feedback.
- De múltiples entrades i un única sortida MISO *Multiple Input, Multiple Output*. Habitualment sistemes controlables amb controls clàssics: proporcional, derivatiu, integral, feedback i tècniques de control multivariable.
- D'una entrada i múltiples sortides SIMO *Single Input, Single Output*. Habitualment

sistemes controlables amb controls clàssics: proporcional, derivatiu, integral, feedback.

- De múltiples entrades i múltiples sortides MIMO *Multiple Input, Multiple Output*

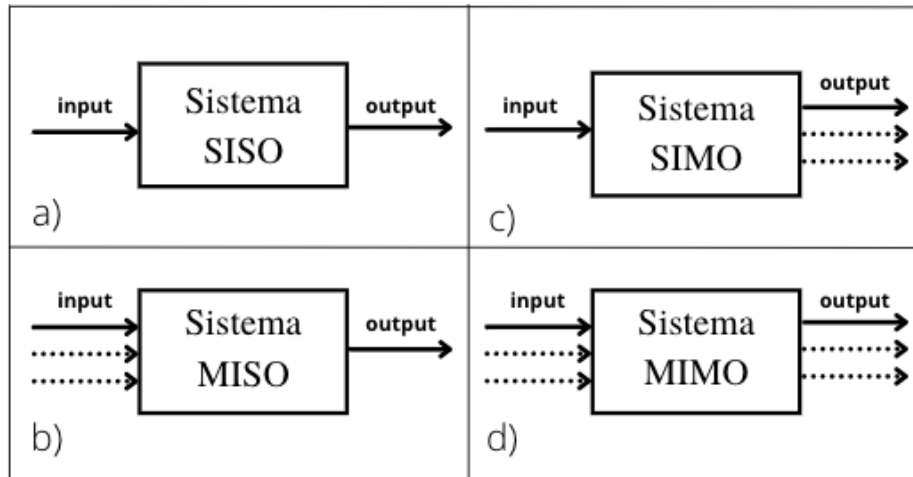


Figura 3.3: Tipus sistemes per E-S / Font: Elaboració pròpia

Un fenomen únic dels sistemes MIMO és la interacció que presenten les seves variables, de la manera que una variable d'entrada afecta a una variable de sortida, la qual cosa pot dificultar el disseny del sistema de control. Tradicionalment aquests problemes de control s'aborden mitjançant llaços de control mono variables, utilitzant PID amb estructures avançades com "control en cascada", *feedforward*. No obstant quan la interacció entre variables són importants el control es pot tornar molt difícil. És aleshores quan es planteja el desacoblament, que consisteix en tècniques per tractar el sistema mono variable en diferents parts. Informació extreta de [5].

### 3.2.6 Disseny de sistemes de control

El disseny d'un sistema de control implica el canvi de paràmetres del sistema amb la possibilitat d'afegir subsistemes (denominats controladors) per aconseguir les diferents característiques desitjades. Aquestes generalment es relacionen amb la precisió estacionària, la resposta transitòria, l'estabilitat relativa, la sensibilitat a canvis en els paràmetres del sistema i per minimitzar perturbacions. El control digital és una implementació de control mitjançant lògica programada [3]. Es basa en controladors analògics digitals, que converteixen la informació analògica que surt de la planta o sistema per poder ser processada mitjançant algorismes de control, reguladors digitals que executa l'algorisme de control a partir de l'error rebut a cada instant, i convertidors digitals-analògics que generen la senyal de control continua a partir de la seqüència digital.

## 3.3 Antecedents del pèndol invertit

Es coneix el pèndol invertit com un dels problemes clàssics y més importants de la teoria de control no lineal. Ha sigut un dels sistemes més utilitzats ja que degut a la seva dinàmica no lineal i la seva inestabilitat es poden treballar i desenvolupar diferents estratègies de control. És un cas pràctic i visual que permet mostrar de manera clara els principis bàsics de l'automàtica, com el llaç obert o llaç tancat, o la necessitat d'un regulador per obtenir un

control adequat, i poder veure les variacions del mateix davant la regulació. Un cas d'estudi interessant la tesis de màster [7] disseny de control avançats el projecte d'enginyeria electrònica d'algorismes de control per a pèndol invertir simple, [8].



Figura 3.4: Pèndol invertit / Font: [4]

El més estudiat del casos es el que es denomina pèndol invertit sobre un carro (Figura 3.2) Consisteix en un pèndol que pot girar lliurement per un dels seus extrems mitjançant una articulació situada sobre el carro que es mou sobre una guia rectilínia horitzontal sota l'acció d'una força  $F$ , que es l'acció de control amb la què es vol actuar sobre la posició del pèndol.

És important destacar que en sistemes lineals, l'estabilització en llaç tancat d'un punt inestable en llaç obert, no comporta molts problemes de control. Aquest apareixen quan el sistema es no lineal. El inconvenient amb aquesta versió del pèndol a l'hora de plantejar problemes globals resideix en que el recorregut que té el carro es limitada, amb lo qual quan arriba a un dels extrems de la guia horitzontal el sistema deixa de funcionar. Per a poder eliminar aquestes limitacions, el Institut de Robòtica de Tokio liderat per Katsuhisa Furuta, van proposar el pèndol rotatori de Furuta (1992).



Figura 3.5: Antecedents pèndol invertit / Font: Quanser [3]

Es tracta d'un motor d'eix vertical on queda fixat un braç, el extrem del qual penja el pèndol. D'aquesta manera el extrem del braç fa la mateixa funció que el carro del pèndol amb guia horitzontal. Així es poden evitar els problemes de limitacions de final de carrera, no obstant això en aquesta proposta, apareixen altres complicacions en la dinàmica del sistema ja que apareixen noves forces centrífugues i de Coriolis. Anys després es segueix treballant amb

sistemes que parteixen del model original de Furuta. Per exemple la empresa canadenca Quanser, que ofereix productes per a la investigació com el pèndol rotatori doble, o un cas més innovador com el Pèndol 2DOF a la Figura 3.5

Aquest últim és similar al pèndol invertit pla però amb la singularitat de que es pot moure lliurement en qualsevol direcció, afegint així un grau de llibertat. La principal diferència és que el pèndol no és capaç de girar completament perquè ara gira al voltant d'un punt i no d'un eix. Això obliga el pèndol a començar sempre des de la posició vertical i l'objectiu principal del sistema és mantenir-se estabilitzat al voltant de la posició. Hi ha diversos controladors per estabilitzar el pèndol invertit 2DOF. La tècnica d'assignació de pols es pot utilitzar per desenvolupar posteriorment un controlador per retorn d'estat complet. També pot ser controlat per un controlador d'espai d'estats amb una matriu de retorn de guany calculada segons el mètode de disseny LQR.

### 3.3.1 Descripció entorn de treball Digital Pendulum 33-936S

La maqueta consisteix en un carro mòbil al llarg d'1 metre de pista hi ha muntat un sensor de final de cursa a cada extrem. Aquesta limitació imposa restriccions a l'algorisme de control. Aquí el carro es pot moure endavant i enrere causant el moviment del pèndol, que consta de dues barres (pèndols) idèntiques. En la Figura 3.6 es poden veure les diferents parts que conformen la maqueta. Un motor DC acoblat al final de la pista es el que estira la corretja unida al carro cap ambdues direccions. Aplicant més o menys tensió es pot regular la intensitat en la què es mourà el carro, essent la senyal de control. Les dues variables que es llegeixen del pèndol utilitzant *encoders* òptics son la posició del pèndol i la posició del carro a la pista. El conjunt de l'entorn de treball de la maqueta del pèndol (dibuix descriptiu a la Figura 3.6) està constituït per els següents elements necessaris per al funcionament i control del la mateixa.

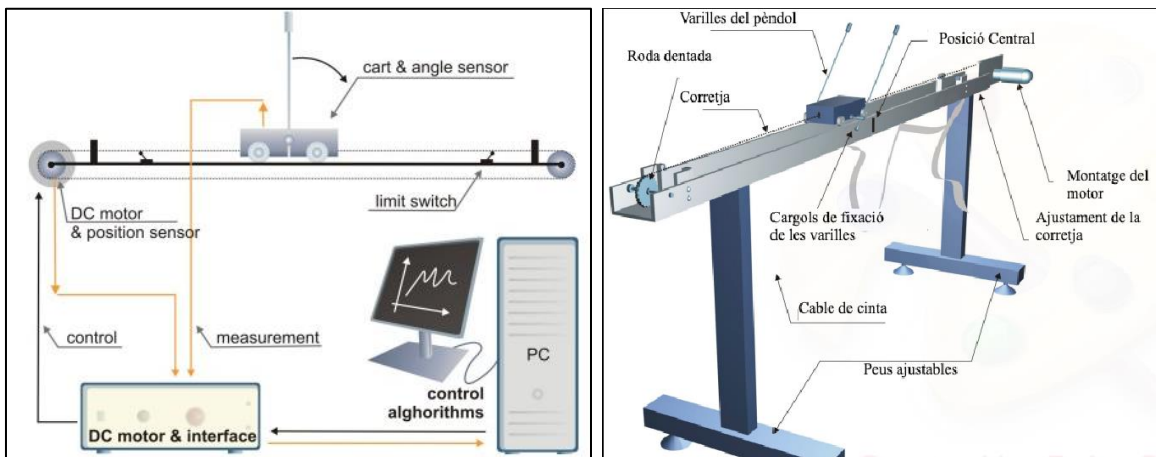
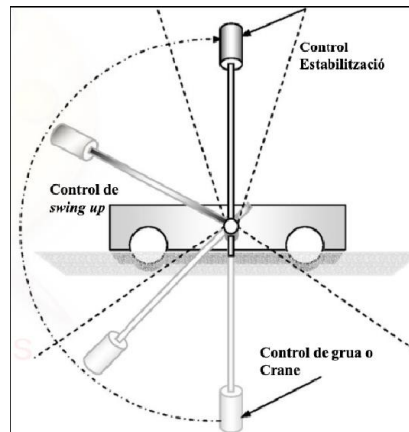


Figura 3.6: Entorn FIP / Font:[]

Aquest sistema té dues posicions d'equilibri una d'elles és estable i l'altre és inestable: La posició estable correspon al pèndol apuntant cap avall. (Alliberant el pèndol des de qualsevol posició que no sigui exactament vertical (o perpendicular a l'eix X del carro) farà que el pèndol oscil·la al voltant de la posició estable fins que s'atura a causa de forces de fricció i gravetat. En canvi la posicions inestable correspon al pèndol apuntant cap amunt posició vertical (o perpendicular a l'eix X del carro). Això requereix d'un control per

mantenir-se en aquesta posició. L'objectiu és mantenir el pèndol en aquesta posició inestable partint de la posició en equilibri estable



Imatge 3.7: Posicions pèndol / Font:[4]

En aquestes dues posicions resideixen els dos problemes bàsics d'aquest entorn de treball. El primer el control grua (o *Crane*), en que en la posició estable, té com objectiu desplaçar el carro sense fer oscil·lar la càrrega (massa pèndol), simulant així el moviment d'una grua. L'altre és l'estabilització del pèndol invertit en posició vertical inestable. També es pot considerar una tercera tasca del swing up o balanceig per tal d'aconseguir passar de la posició inferior a la superior. (Veure Figura 3.7)

### 3.3.2 Descripció entorn de treball MATLAB i definicions de dissenys de control.

En termes generals, MATLAB, es tracta d'una eina interactiva basada en matrius per a càlculs científics i/o d'enginyeria (el terme MATLAB prové de Matrix Laboratory). En el punt de vista de control, aquest software, es pot considerar com un entorn matemàtic de simulació que pot utilitzar-se per a modelar i analitzar sistemes. Permet l'estudi de sistemes continus, discrets, lineals y no lineals o en el domini temporal i freqüencial. Al ser un entorn obert, existeixen nombrosos paquets específics afegits (*Toolboxes*) així com projectes i exemples a [10]. En el cas del present treball es descriuen els paquets a utilitzar en la viabilitat tècnica en el capítol anàlisis de viabilitat.

## 3.4 Aplicacions directes del concepte del pèndol a la vida real

La flexibilitat del model matemàtic permet el disseny i validació de controladors òptims i robustos aplicats al modelat per exemple de braços robòtics de alta precisió, llançadora de coets espacials, controladors de enlairament i aterrada vertical.

Hi ha forces aplicacions directes o exemples al món real del pèndol invertit,. L'exemple més elemental que pot venir a la ment es la de caminar per un humà. Els ajustaments constants que s'han de fer per mantenir la posició vertical del cos sigui quina sigui la velocitat.



Alguns transports de dues rodes com el conegut Segway que ajusten la posició en funció de dues entrades de control (la força de cada una de les rodes), parteixen de l'estudi del pèndol invertit. Existeixen inclús robots amb el funcionament del Segway, discurs a l'article publicat al 2008 a la Conferència internacional de Control i Automatització a Seul, Corea.

Un altre exemple podrien ser els primers sismògrafs que qualsevol pertorbació feia oscil·lar un pèndol amb resposta mesurable, dissenyant aleshores instruments de detecció i de registre de senyals sísmiques.

El pèndol invertit també està relacionat amb la guia de coets i míssils, on el centre de gravetat es troba darrere del centre d'arrossegament provocant una inestabilitat aerodinàmica que cal corregir per no començar a girar sense control.

\*

## 4. Objectius i especificacions tècniques

En el següent apartat s'especifiquen els objectius i especificacions tècniques pel client (tutor ponent). Es defineixen tres objectius:

**Objectiu 1:** Estudiar i realitzar diferents les diferents alternatives de control del sistema proposades, descrits posteriorment a la viabilitat tècnica, amb el Software MATLAB en la seva posició inestable:

- **Especificació 1:** Estabilització pèndol en la posició superior vertical inestable:  $90^\circ$  respecte la pista:  $\theta = 0^\circ$ . Podem veure l'esquema la Figura 4.1°

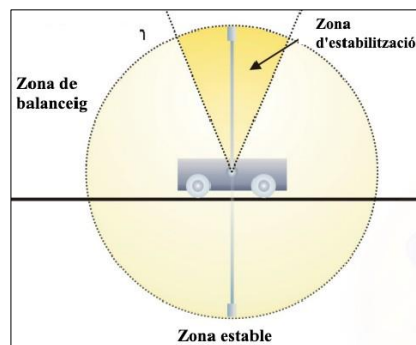


Figura 4.1: Zones de treball FIP / Font:[8]

- **Especificació 2:** una variable d'entrada:  $F$  (tensió entrada), dues variables de sortida:  $x$ (posició) i  $\theta$  (angle). Esquema del bloc a la següent Figura 4.2:

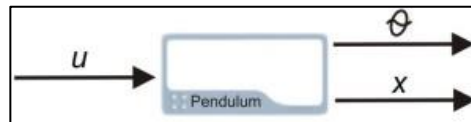


Figura 4.2: sistema SIMO / Font:[8]

- **Especificació 3:** Disseny dels controladors:
  - o Retorn d'estats (per al sistema Linealitzat i per el sistema no lineal)
  - o LQR (per al sistema Linealitzat i per el sistema no lineal)
  - o PID (per al sistema Linealitzat i per el sistema no lineal)
  - o Fuzzy o Lògica difusa (per el sistema no lineal)

**Objectiu 2:** Posada en marxa dels controls satisfactoris:

- **Especificació 1:** Ús de l'entorn Digital Pendulum 33-936S del laboratori de control del TecnoCampus Mataró per testejar els controls satisfactoris.

**Objectiu 3:** Anàlisi de resultats:

- **Especificació 1:** Elaboració de taula comparativa de resultats de cada controlador



## 5. Metodologia de treball

En el present projecte es seguirà una metodologia de treball específica, mostrada a la Figura 5.1, on es vinculen les diferents etapes del projecte:

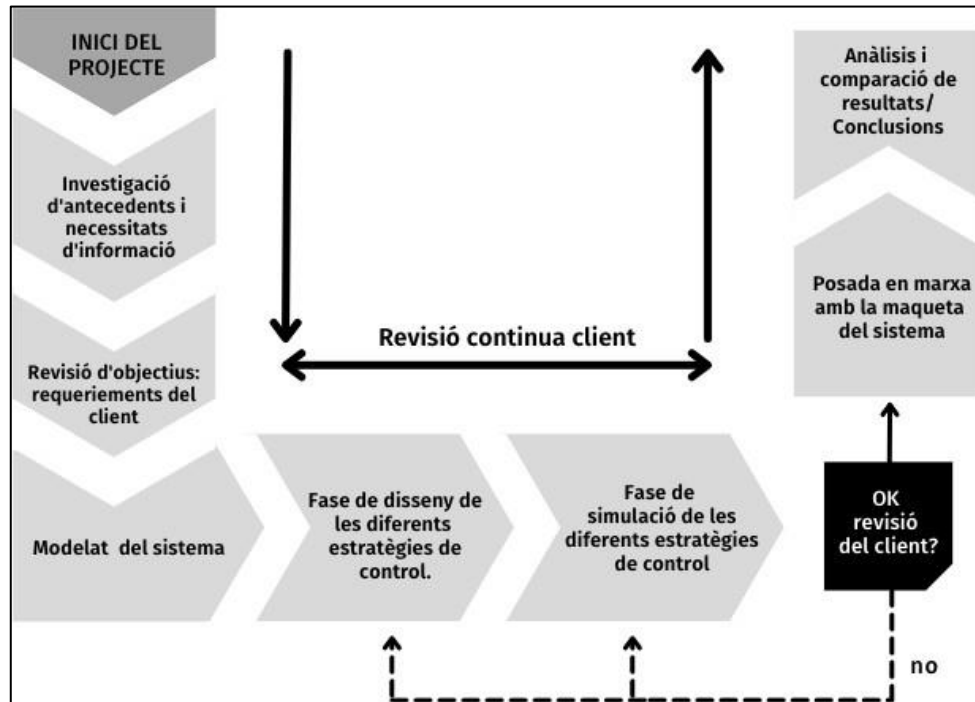


Figura 5.1 Diagrama Metodologia de treball / Font [Elaboració pròpia]

Seguidament es descriuen les diferents etapes:

- **Inici del projecte:** Data assignació del projecte.
- **Investigació i antecedents i necessitats d'informació:** necessaris per la identificació del problema i el plantejament de solucions. Revisió de llibres de control digital de sistemes dinàmics i control multivariable. cerca d'empreses reconegudes, articles reconeguts així com tesis i projectes universitaris que puguin aportar informació valuosa per el projecte. Estudi de les diferents estratègies de control existents per al tipus de sistema a tractar.
- **Revisió d'objectius:** Revisar quins son els requeriments del client per de determinar quines estratègies de control utilitzar, amb l'ajuda de la investigació dels antecedents i les reunions amb el client. Es defineixen uns objectius i especificacions així com l'abast del projecte. Es proposen també les diferents solucions.

- **Fase de disseny de les diferents estratègies de control + Fase de simulació:**  
En aquesta fase es descriuen el plantejament de les estratègies de control a realitzar durant el desenvolupament d'aquest projecte:
  - Variables d'estat/ funció de transferència:
    - Representació del model amb el software Matlab/Simulink
    - Representació en funció de transferència.
    - Simulació i obtenció de Resposta en llaç obert
  - Control per retorn d'estat i LQR:
    - Comprovació de la controlabilitat del sistema.
    - Comprovació Observabilitat del sistema
    - Representació del model amb el software Matlab/Simulink
    - Representació en funció de transferència.
  - Control PID (sistema MISO):
    - Disseny del controlador PID per al control del carro i el control del pèndol
    - Comprovació Observabilitat del sistema
    - Representació del model amb el software Matlab/Simulink
    - Representació en funció de transferència.
  - Control difós Fuzzy:
    - Estudi de les regles pel control difós.
    - Disseny de controlador Fuzzy
    - Simulació del model amb el software Matlab/Simulink.
- **OK del client:** Un cop assolits els objectius de disseny i simulació s'espera la validació dels mateixos per part del client per a la posada en marxa a maqueta Digital Pendulum 33-936S
- **Posada en marxa:** Es testejarà amb e sistema real els controls amb resposta de control satisfactòria.
- **Revisió continua del client:** Duran totes les fases de treball del projecte hi haurà una supervisió per part del client, de manera que es vagin complint totes les especificacions, així com validar qualsevol canvi en l'elaboració del mateix.

## 6. Modelat matemàtic del sistema

Obtenir un model matemàtic que caracteritza un sistema real no es tasca senzilla. Es podria dir que cap model matemàtic abasteix la completa realitat d'un sistema. Tot i així un model útil no te per que ser necessàriament molt complex, un model pot ser bo sempre i quan representi els aspectes generals del mateix i que les prediccions de comportament siguin precises. El modelat matemàtic d'un sistema pot explicar el comportament físic mitjançant equacions dinàmiques del mateix. A partir de la descripció física del pèndol invertit mitjançant les lleis de Newton, s'analitzarà matemàticament per obtenir les equacions dinàmiques que descriuen el comportament. Per a dur a terme aquest projecte es procedeix a analitzar el funcionament del Feedback Digital Pendulum 33-936S. Per a reconèixer les variables d'entrada i sortida del sistema. D'aquesta manera reconegut el sistema SIMO es realitza un modelat de la planta, utilitzant els paràmetres del fabricant, per analitzar si el sistema es controlable

### 6.1 Equacions dinàmiques del sistema

El primer pas es analitzar serien els considerats el diagrama del Sòlid Lliure del pèndol invertit sobre el carro La Figura 6.1 mostra el diagrama amb la llegenda de les forces a considerar:

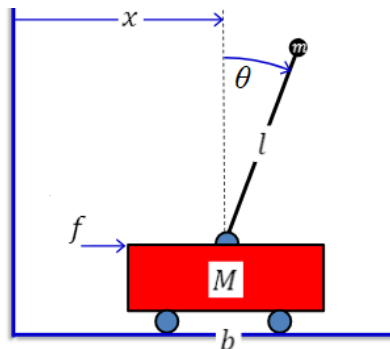


Figura 6.1 Esquema dinàmic pèndol invertit

On s'assumeix que:

- (M) és massa del carro
- (m) és massa del pèndol
- (b) és coeficient de fricció del carro
- (l) és llargada del pèndol
- (I) és moment d'inèrcia de la massa del pèndol
- (d) és o coeficient de *damping* del pèndol
- (F) és entrada, força horitzontal generada per el servomotor DC
- (x) és sortida, posició del carro
- ( $\theta$ ) és sortida, angle del pèndol

Per començar es calculen les forces lineals on

$$F = M\ddot{x} + \frac{d^2}{dt^2} (x + l\sin(\theta)) + b\dot{x} \quad (6.1)$$

On el sinus de l'angle ( $\theta$ ) queda especificat a la Figura 6.2

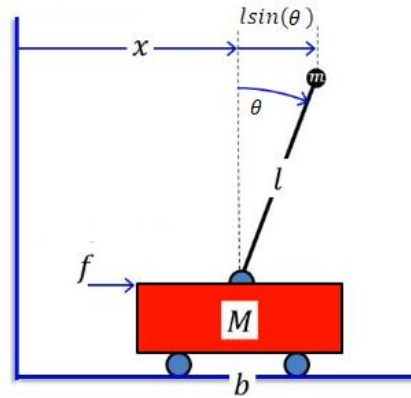


Figura 6.2 Esquema forces lineals

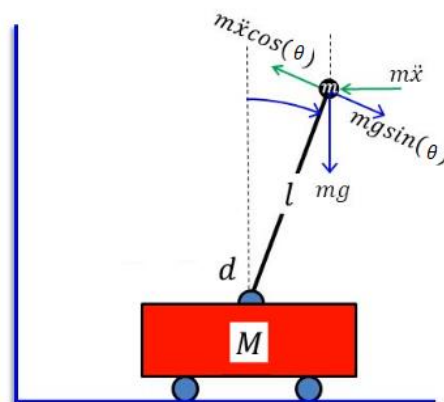
Arreglant la derivada doncs quedaria (2)

$$\begin{aligned} F &= M\ddot{x} + \frac{d}{dt} (\dot{\theta} \cos(\theta) + b\dot{x}) = \\ &= (M + m)\ddot{x} + ml(\ddot{\theta} \cos(\theta) - \dot{\theta}^2 \sin(\theta)) + b\dot{x} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Que multiplicant els termes  $ml$  per el sinus i el cosinus s'obtindrà la primer equació de moviment del sistema del pèndol invertit sobre un carro sense linealitzar:

$$F = (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \cos(\theta) - ml\dot{\theta}^2 \sin(\theta) \quad (6.3)$$

El següent pas es analitzar les forces rotacionals. Fent la força lineal per la distància s'obté els termes de que reflexa l'anàlisi de la Figura 6.3



Imatge 6.3 Esquema forces lineals



I sumant els elements s'obté la segona equació de moviment del sistema del pèndol invertit sobre un carro sense linealitzar:

$$0 = (I + ml)\ddot{\theta} + d\dot{\theta} - mlg\sin\theta + ml\ddot{\theta} \cos(\theta) \quad (6.4)$$

## 6.2 Linealització del sistema

Donat que el Software Matlab treballa amb funcions lineals, es linealitzaran les equacions dinàmiques del sistema obtingudes (3) i (6) al voltant dels dos punts d'equilibri.

El primer quan  $\theta = 0$ , pèndol en posició vertical invertida (pèndol apuntant cap amunt perpendicular al carro) suposant que el sistema romandrà dins d'un petit rang dins d'aquest equilibri. I el segon quan  $\theta = \pi$  en la posició de control de grua (pèndol apuntant cap avall perpendicular a l'eix horitzontal):

$$\begin{aligned} \sin\theta &= 0 \\ \cos\theta &= 1 \\ \dot{\theta}^2 &= 0 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Substituint en les equacions dinàmiques (3) i (6) s'obté el model lineal:

$$F = (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} \quad (6.6)$$

$$0 = (I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\theta + ml\ddot{x} + d\dot{\theta}$$

## 6.3 Representació en variable d'estats:

Es un mètode que permet modelar un sistema físic, en el cas del present projecte s'utilitzarà per representar el bloc del sistema per al control lineal, que també es podria fer funcions de transferència, més informació a [1]. Es representa mitjançant un conjunt d'entrades, sortides i variables d'estat que es relacionen per equacions diferencials d'infinits ordre que es combinen en una equació diferencial matricial de primer ordre. En el nostre cas SIMO figura (). Les equacions en variables d'estat es defineixen

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) \quad (6.7)$$

$$y(t) = C(t)x(t) \quad (6.8)$$

Doncs, a partir de (6.3) i (6.4) s'aïllen les variables  $\ddot{x}$  i  $\ddot{\theta}$  per aconseguir transcriure les equacions en forma matricial:

$$\ddot{x} = -\frac{b\dot{x}}{m+M} + \frac{F}{M+m} - \frac{ml}{M} \sin\theta \dot{\theta}^2 + \frac{ml}{m+m} \ddot{\theta} \cos\theta \quad (6.9)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{ml}{I+ml^2} \ddot{x} \cos\theta + \frac{mgl}{I+ml^2} \sin\theta - \frac{d\dot{\theta}}{I+ml^2} \quad (6.10)$$

Si es linealitza doncs segons (6.5) obtenim:

$$\ddot{x} - \frac{ml}{m+M} \ddot{\theta} = -\frac{b}{M+m} \dot{x} + \frac{F}{m+m} \ddot{\theta} \quad (6.11)$$

$$-\frac{ml\ddot{x}}{I+ml^2} + \ddot{\theta} = \frac{mgl\theta}{I+ml^2} + \frac{d}{I+ml^2} \dot{\theta} \quad (6.12)$$

Així doncs amb ( ) i ( ) es construeix una matriu del següent estil:

$$\begin{pmatrix} M+m & ml \\ -ml & I+ml^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F-b\dot{x} \\ mgl\theta + d\dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

El següent pas es substituir els valors segons el paràmetres de la taula 6.1

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.3881 & -0.2495 \\ 0.2495 & 7.9239 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F-0.05\dot{x} \\ 0.8123-0.005\dot{\theta} \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

Es defineixen després les variables d'estat:

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \dot{x} \\ x_3 &= \theta \\ x_4 &= \dot{\theta} \end{aligned} \quad (6.15)$$

Si substituïm amb els paràmetres les variables queden:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = 0.3881F - 0.2027 + 0.0194$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = 6.4366 - 0.2495F - 0.0396 + 0.0125 = \quad (6.16)$$

Aleshores a partir de 6.16 es poden construir finalment les matrius d'espai d'estats

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0194 & -0.2027 & 0.0012 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0125 & 6.4366 & 0.0396 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3881 \\ 0 \\ 0.2495 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

Es fa ús del software Matlab per aconseguir visualitzar la matriu del sistema en espai d'estats

continu a partir del càlculs comentats prèviament. Amb la funció de programa **ss** (*State Space*) descrita a continuació. El codi complet utilitzat es troba a l'Annex I.

---

```
>> sistema_continu = ss (A,B,C,D)
```

---

On:

- **A, B, C i D** son les matrius que conformen sistema.

Paràmetres	Valor	Valor
<b>g - Gravat</b>	9.81	$m/s^2$
<b>l - Llarg varilla</b>	0.36 (-0.4 altres configuracions)	$m$
<b>M - massa del carro</b>	2.4	$Kg$
<b>m - Massa pèndol</b>	0.23	$Kg$
<b>I - Moment d'inèrcia varilla</b>	0.099 (depenent de la configuració)	$Kg * m^2$
<b>b - Coeficient de fricció del carro</b>	0.05	$Ns/m$
<b>d - Coeficient Damping del pèndol.</b>	0.005 (negligible però necessari en el model)	$Nms/rad$

Taula 6.1 paràmetres del sistema/ Font [EP]

Substituint doncs amb valors numèrics dels paràmetres del sistema donats en la Taula 6.1 obtenim el nostre paràmetres del sistema en variable d'estat continu. Per tal de simular amb més exactitud aquests paràmetres son extrets de les especificacions tècniques de la maqueta del laboratori. Aquest sistema resultant Figura 6.4 s'haurà de digitalitzar per treballar .

Per digitalitzar el sistema en variables d'estat continu s'utilitza la instrucció de Matlab **c2d** en el que es requereix d'un sistema i un temps de mostreig, en aquest cas el temps seleccionat es el mateix que el temps de mostreig que utilitza la maqueta del laboratori. Codi complet al **Annex XXX**

---

```
>> sistema_discret = c2d (sistema_continu, Ts)
```

---

On:

- **sistema\_continu** és el sistema a convertir
- **Ts** fa referència al temps de *sampling* o temps de mostreig.  $Ts=0.001$  segons

```

A =
      x1      x2      x3      x4
x1      1      0.001 -1.013e-07 5.662e-10
x2      0      1 -0.0002027 1.099e-06
x3      0 -6.25e-09      1      0.001
x4      0 -1.25e-05      0.006437      1

B =
      u1
x1 1.552e-06
x2 0.003105
x3 9.98e-07
x4 0.001996

C =
      x1 x2 x3 x4
y1  1  0  0  0
y2  0  0  1  0

D =
      u1
y1  0
y2  0

```

Figura 6.4 Matriu del sistema discret variable d'estat.

## 6.4 Controlabilitat Observabilitat

El següent pas es comprovar la controlabilitat i observabilitat del sistema. Per a que el sistema d'estats sigui completament controlable, la matriu

$$C = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (6.18)$$

ha de tenir un rang igual a  $n$ . El rang de la matriu es el nombre de files o columnes linealment independents. De la mateixa manera per a que el sistema en variables d'estats sigui completament observable la matriu d'observabilitat:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

Ha de tenir un rang igual a  $n$ . Si el nombre de variables d'estat del sistema es 4 el rang de les matrius doncs ha de ser també 4. S'utilitza les següents instruccions de Matlab generen el càlcul dels rangs controlabilitat i observabilitat.

```

-----
>> co = ctrb (sistema_discret);
>> ob = obsv (sistema_discret);
-----

```

El sistema es controlable i observable ja que com a resultat una rang de la matriu observabilitat igual a '4' i un rang de la matriu de controlabilitat igual a '4' com es comentava anteriorment. El codi complet utilitzat es troba a l'**Annex I**

## 6.5 Modelat del Sistema no lineal

El paquet software de Matlab, Simulink, ens permet modelar el sistema mitjançant interfície (GUI) per construir models com a diagrames de blocs. Permet treballar amb sistemes lineals i no lineal, així com t en temps continu i/o temps discret. Amb l'ús d'aquesta eina es pot construir mitjançant les equacions dinàmiques del sistema (6.3-6.4) i els diferents blocs que ofereix les llibreries, es crea el model no lineal per al pèndol invertit sobre un carro, mostrat a la Figura 6.5. Tenint com a entrada del sistema la força (Força - Entrada 1) aplicada al carro, i com a sortides la posició del carro (Posició - Sortida 1), la derivada de la posició del carro (*Posició\_prima* - Sortida 2), l'angle del pèndol (Angle - Sortida 3) i la derivada de l'angle del pèndol (*Angle\_prima*- Sortida 4).

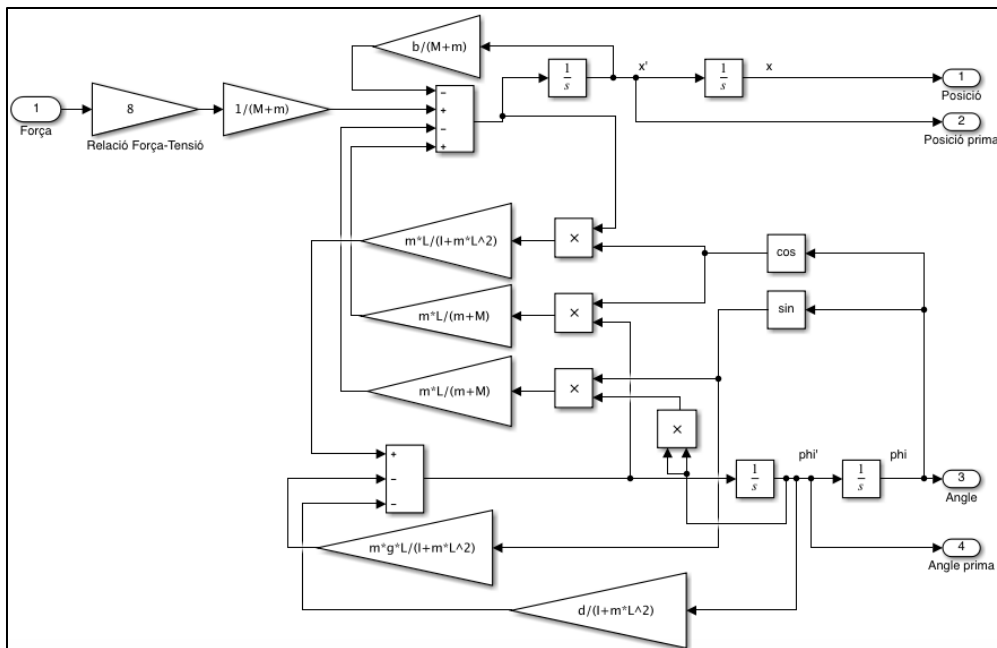


Figura 6.5 Planta no lineal pèndol invertit Simulink

Seguidament es crea doncs un bloc subsistema que conté el diagrama de blocs del model del sistema empaquetat en un sol bloc, amb les entrades i sortides corresponents. Aquest subsistema quedarà de la manera següent a SIMULINK (Figura 6.6):

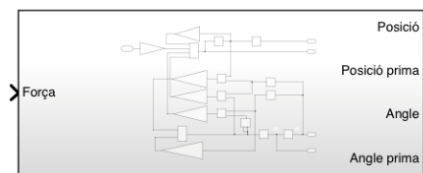


Figura 6.6 Subsistema Pèndol invertir no lineal



## 7. CONTROL DEL SISTEMA

Arribat aquest punt, s'observa que el sistema per sí sol, òbviament no pot mantenir-se estable, i es on es presenta la necessitat d'afegir un controlador que sigui capaç de decidir l'acció de control en tot moment per a que el pèndol no es s'estabilitzi. En un llaç tancat (realimentat) el controlador és l'encarregat d'actuar sobre la senyal d'error  $e(t)$ , la qual ve donada per la diferència el valor desitjat de referència o consigna  $r(t)$ , i el valor real  $y(t)$ . La Figura 7.1 següent mostra el sistema de control realimentat-

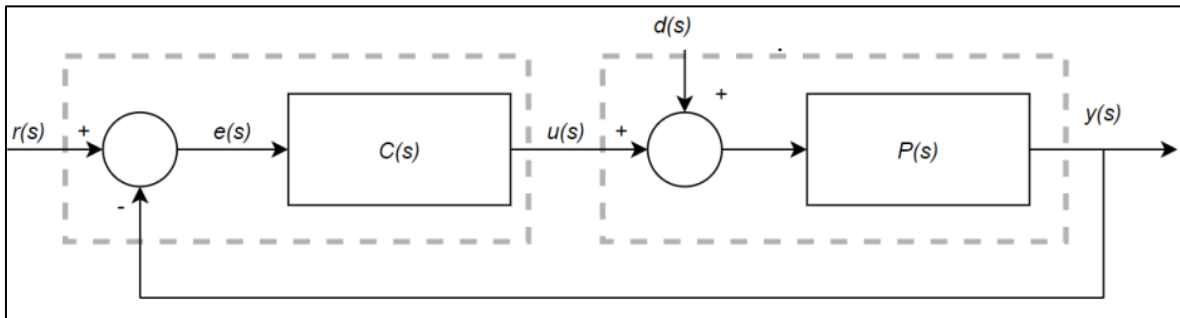


Figura 7.1: Sistema realimentat amb control/ Font [X]

### 7.1 Condicions inicials i limitacions

- Es dissenyaran els quatre controladors mencionats en el capítol 5: controlador per Retorn d'estat, controlador LQR, controlador PID i controlador Fuzzy
- Tenint el zero com a referència al centre del rail o pista del carro, la restriccions de desplaçament del mateix son de -0,5 metres a 0.5 metres (1 metre de llarg).
- Per a dur a terme la relació Força (resultant del control)-Tensió (entrada a la planta real) s'aplica un guany de [8] que relaciona la relació de sortida de control [-10...10] i la tensió [-2.5...2.5V].
- En el cas del control per el sistema lineal s'aplica aquest guany a la matriu B del sistema en espai d'estats. En cas del control per el sistema No lineal, s'aplica a l'entrada del bloc del sistema.

### 7.2 Control per retorn d'estat

Per n cop linealitzat el sistema sobre el punt fixat (vertical en equilibri), creades les matrius del sistema en espai d'estats i comprovades la controlabilitat i observabilitat del sistema es pot dissenyar un controlador per retorn d'estat: que realimenta amb un llaç de control amb un guany proporcional denominat normalment per la lletra K, veure Figura 7.2. Si s'analitza la funció de transferència resultant del sistema segons seguint l'equació:

$$u = -Kx \quad (7.1)$$

que en llaç tancat es definiria per l'equació:

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (7.2)$$

D'aquesta manera es poden trobar uns pols desitjats per al sistema en llaç tancat i amb l'ajuda de l'eina Matlab calcular un valor de K per als diferents estats. Seguidament es marquen 4 punts importants en quan al control per realimentació d'estats o retorn d'estat.[2]:

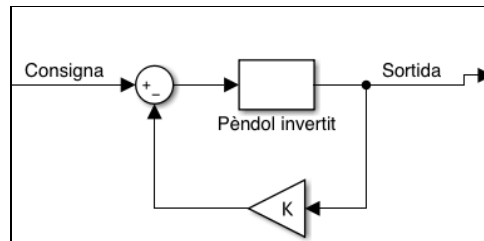


Figura 7.2 Llaç tancat

- Si el parell de matrius del sistema en espai d'estat  $[A,B]$  és controlable, aleshores amb la realimentació d'estats l'entrada del sistema és igual a la Consigna menys  $K$  vegades la sortida. On el valor  $K$  serà un vector fila real constant.
- La realimentació del estats del sistema te efecte sobre els pols, però cap efecte sobre els zero.
- Si el sistema o planta no es controlable (com s'ha confirmat anteriorment pel present sistema) no es tornarà controlable mitjançant la realimentació d'estats.
- Per a seleccionar uns pols desitjats es fa ús de la taula de pols de resposta prototip de funcions de transferència de ITAE (Figura 7.2). per un  $K=4$ , coincidint amb el rang del sistema:

$k$	Localización de los polos para $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}^\dagger$
1	$s + 1$
2	$s + 0.7071 \pm j0.7071^\ddagger$
3	$(s + 0.7081)(s + 0.5210 \pm j1.068)$
4	$(s + 0.4240 \pm j1.2630)(s + 0.6260 \pm j0.4141)$
5	$(s + 0.8955)(s + 0.3764 \pm j1.2920)(s + 0.5758 \pm j0.5359)$
6	$(s + 0.3099 \pm j1.2634)(s + 0.5805 \pm j0.7828)(s + 0.7346 \pm j0.2873)$

Taula 7.1 Localització de pols ITAE [6]

Donant el següents pols:

$$\begin{aligned} & -0.4240 - 1.2630i \\ & -0.4240 + 1.2630i \\ & -0.6260 - 0.4141i \\ & -0.6260 + 0.4141i \end{aligned}$$

Per obtenir els pols en temps discret es pot transformar el pols del sistema continu a discret amb la següent equació:

$$\text{Pols discrets} = e^{\text{pols coninua} \cdot T_s} \quad (7.3)$$



On **Ts** fa referència al temps de *sampling* que en el cas del present projecte és  $T_s=0.001$  segons, que correspon al temps de *sampling* de la Maqueta del sistema real. Amb llenguatge de programació Matlab amb la següent instrucció

---

```
>> pols_discrets = exp(pols*Ts)
```

---

On:

- **pols** empaqueta els pols trobats en continua
- **Ts** fa referència al temps de *sampling* comentat anteriorment.

Obtenint doncs els pols en discret:

```
0.9996 - 0.0013i  
0.9996 + 0.0013i  
0.9994 - 0.0004i  
0.9994 + 0.0004i
```

Un cop descrits els pols en discret, un primera estratègia de control seria per realimentació d'estat o retorn d'estat. Quan es treballa un problema en variables d'estat, una de les maneres de trobar la matriu de guanys **K** de la realimentació d'estats es mitjançant la fórmula d'Ackerman. Aquest fórmula permet calcular la **K** mitjançant el següent instrucció a Matlab El codi complet utilitzat es troba a l'**Annex I** :

---

```
>>Kret = acker (sistema_discret.A,sistema_discret.B.,polsdiscrets)
```

---

on:

- sistema\_discret.A, es la matriu A del sistema en discret:
- sistema\_discret.B és la matriu B del sistema en discret:
- polsdiscrets son els pols desitjats en els sistema discret.

D'aquesta manera es troba el guany de control per retorn d'estat del sistema:

$$\mathbf{Kret} = [-0.7830 \quad -1.0592 \quad 11.1840 \quad 3.7625]$$

### 7.2.1 Control sistema lineal:

Per al disseny de control del sistema s'utilitza l'eina Simulink de Matlab, amb els diferents blocs que conformen el sistema de control per realimentació o retorn d'estat, en aquest cas connectats per al sistema lineal del pèndol invertit sobre el carro representat per el bloc d'espai d'estats. Figura 7.3

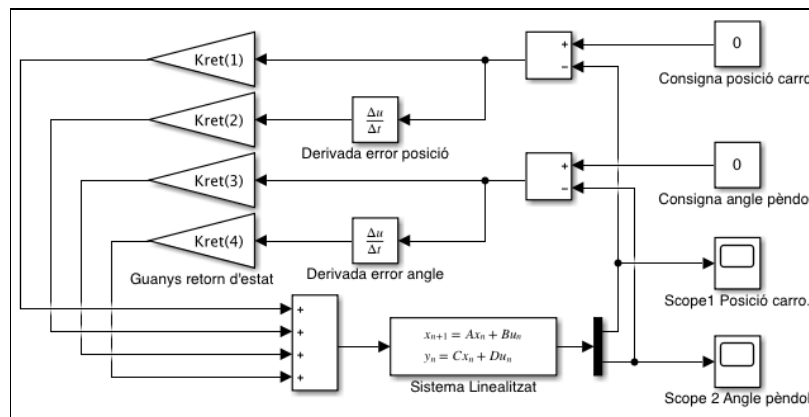


Figura 7.3. Simulink Control per retorn d'estat sistema lineal / Font: [EP]

On:

- Els blocs **Kret** representen la K o guany per retorn d'estat del sistema multiplicats per cada estat.
- Els blocs de la derivada d'error donen el valor de la derivada de la posició del carro i la derivada de l'angle del pèndol.
- Les consignes indiquen cap a on es vol portar el sistema, en aquest cas a 0 tant la posició del carro (posició central de la guia) com l'angle del pèndol (posició vertical en equilibri).
- Es determinen unes condicions inicials dels bloc del Sistema discret en espai d'estats, tenint en compte que el pèndol es situa 0.1 radians desplaçat de l'eix vertical, iniciant la inestabilitat.

En la següent Figura 7.4 es descriu com indicar les condicions inicials de l'angle del pèndol dins del bloc discret d'espai d'estats del sistema, així com el temps de mostreig assignat: 0.001 segons.

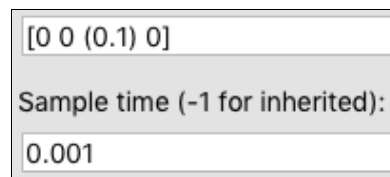


Figura 7.4 Condicions inicials i Ts / Font: [EP]

Seguidament es mostra les respostes al control per retorn d'estat al sistema lineal, de la posició (Figura 7.5) i de l'angle del pèndol e (Imatge 7.6):

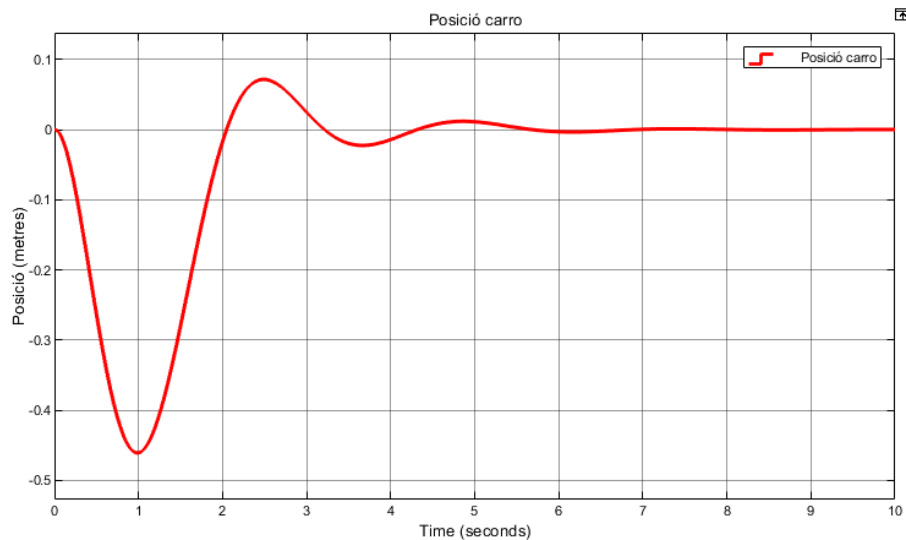


Figura 7.5 Resposta Retorn d'estat posició carro

Com es pot observar a la resposta, el carro parteix de la condició inicial 0 metres, donat per la consigna. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0. Es considera acceptable però restaria millorar el sobre impuls de la resposta.

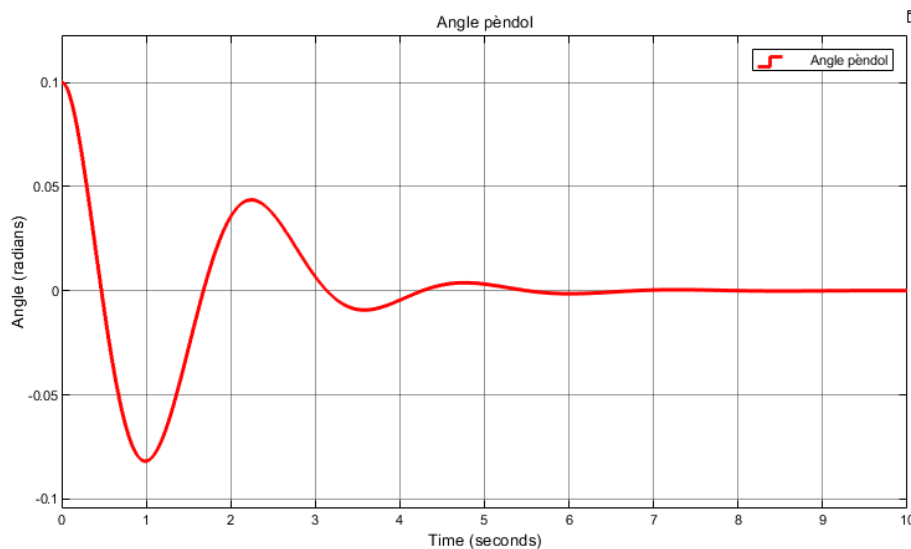


Figura 7.6 Resposta Retorn d'estat angle pèndol

Com es pot observar a la resposta, l'angle del pèndol parteix de la condició inicial 0.1 radians, donat per les condicions inicials de la figura 7.6. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0 radians. s considera acceptable però restaria millorar el sobre impuls de la resposta.

## 7.2.2 Control sistema no lineal:

Per al disseny de control del sistema s'utilitza l'eina Simulink de Matlab, amb els diferents blocs que conformen el sistema de control per realimentació o retorn d'estat, en aquest cas connectats per al sistema No lineal del pèndol invertit sobre el carro representat per el bloc subsistema del modelat no lineal del pèndol invertit comentat al capítol anterior. Figura 7.7

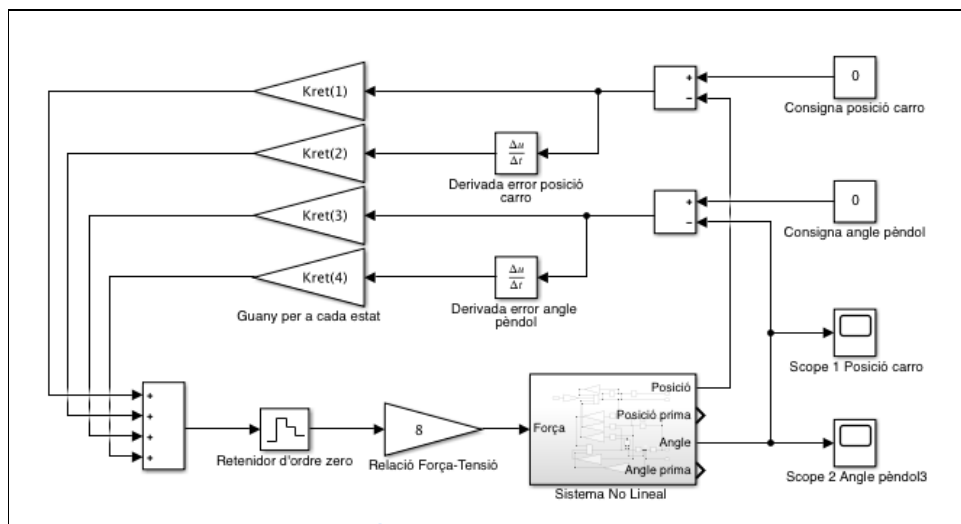


Figura 7.7 Simulink Control retorn d'estat sistema No Lineal

On:

- Els blocs **Kret** representen la K o guany per retorn d'estat del sistema multiplicats per cadascun dels estats.
- Els blocs de la derivada d'error donen el valor de la derivada de la posició del carro i la derivada de l'angle del pèndol.
- Les consignes indiquen cap a on es vol portar el sistema, en aquest cas a 0 tant la posició del carro (posició central de la guia) com l'angle del pèndol (posició vertical en equilibri).
- Es determinen unes condicions inicials als blocs integradors de les sortides  $[x, \theta]$ , tenint en compte que el pèndol es situa 0.1 radians desplaçat de l'eix vertical, iniciant la inestabilitat i el carro a 0.
- El temps de mostreig  $T_s = 0.001$  segons.

Seguidament es mostra les respostes al control per retorn d'estat de la posició (Figura 7.8) i de l'angle del pèndol (Figura 7.9):

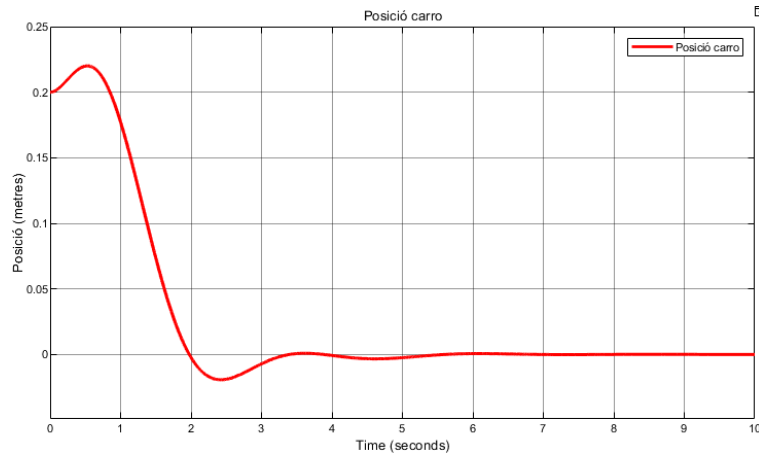


Figura 7.8 Resposta Retorn d'estat carro sistema No Lineal

Com es pot observar a la resposta, el carro parteix de la condició inicial 0 metres, donat per la consigna. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0. Es considera acceptable però restaria millorar el sobre impuls de la resposta.

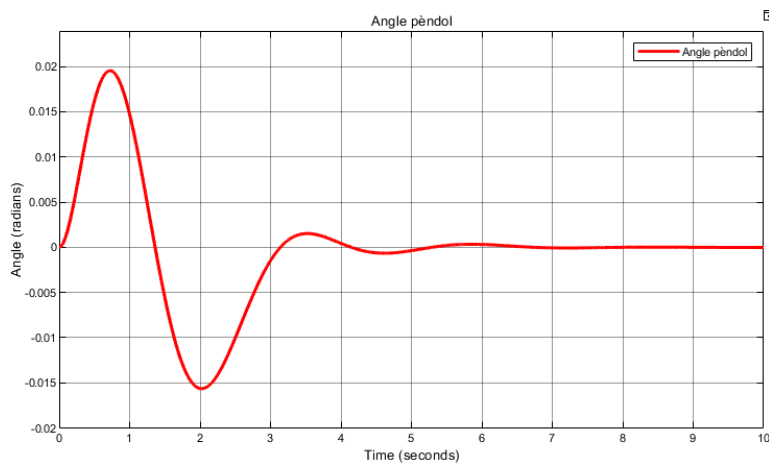


Figura 7.9 Resposta Retorn d'estat pèndol sistema no lineal

Com es pot observar a la resposta, l'angle del pèndol parteix de la condició inicial 0,1 radians, donat per les condicions inicials de la figura 7.4. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0 radians. s considera acceptable però restaria millorar el sobre impuls de la resposta.

### 7.3 Controlador LQR (regulador lineal quadràtic).

EL Hi ha moltes diferents combinacions de pols que poden donar una resposta satisfactòria. Però quins son els millors?. Existeix una poderosa eina en la teoria de control anomenat Control Lineal Quadràtic o LQR. Es tracta d'un mètode sustentat en la ponderació de variables d'estat i de les entrades de control. A més a més la carga computacional es reduïda.

La idea és que si es pot crear una funció cost que digui quan dolent es la variable  $x$  (equació XXX) si l'estat és realment lent a convergir a la posició desitjada, es a dir a l'estabilitat. Si es es modifica aquesta variable fent-la realment lleugera amb pot arribar a estar un temps infinit movent-se sense arribar a estabilitzar-se. Doncs es pot posar també un cost en l'actuació o força  $u$  aplicada al carro. Aquesta funció cost es pot definir per l'equació següent:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (7.4)$$

On es desenvolupa una matriu  $Q$  del mateix rang que la matriu  $A$  del sistema, que valori quan dolent es la variable  $X$  segons l'equació (7.2) i quina penalització se li dona. Penalitza a  $x$  amb 1, a  $\dot{x}$  amb 1, a  $\theta$  amb 10 i  $\dot{\theta}$  amb 100.

Seguidament es mostra el fragment de codi Matlab explicatiu:

```

>> Q = [1 0 0 0
        0 1 0 0
        0 0 10 0
        0 0 0 100]

>> R=1
>> Klqr = dlqr (sistema_discret,A,sistema_discret.B,Q,R)

```

On:

- **sistema\_discret.A**, es la matriu  $A$  del sistema en discret:
- **sistema\_discret.B** és la matriu  $B$  del sistema en discret:
- **Q** i **R** son els paràmetres escollits anteriorment.

D'aquesta manera doncs es troba la  $K$  del sistema:

$$Klqr = [-3.1351 \quad -5.0503 \quad 44.7697 \quad 17.8614]$$

#### 7.3.1 Control sistema lineal:

Per al disseny del sistema s'utilitza l'eina Simulink de Matlab, amb els diferents blocs que conformen el sistema realimentat amb el control LQR. La Figura 7.10 Mostra aquest diagrama

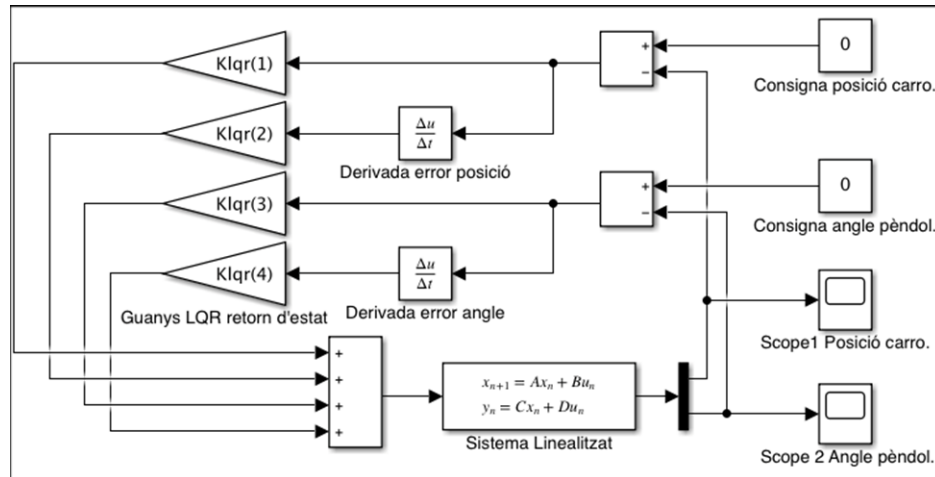


Figura 7.10 Diagrama Simulink control LQR lineal

On:

- El bloc del sistema linealitzat es on es troba el nostre sistema en representat en variable d'estat (o matriu d'espai d'estats).
- Els blocs Klqr representen la K o guany del controlador LQR del sistema per els quatre estats del mateix.
- Les consignes indiquen cap a on es vol portar el sistema, en aquest cas a 0 tant la posició del carro (posició central de la guia o *rail*) com l'angle del pèndol (posició vertical en equilibri).
- Es determinen unes condicions inicials dels bloc Sistema discret en espai d'estats, tenint en compte que el pèndol es situa 0.1 radians desplaçat de l'eix vertical, iniciant la inestabilitat.

Seguidament es mostra les respostes al control LQR al sistema lineal, de la posició (Figura 7.11) i l'angle del pèndol en (Figura 7.12). Es dona un temps de simulació de 20 segons. Tstop= 20 segons.

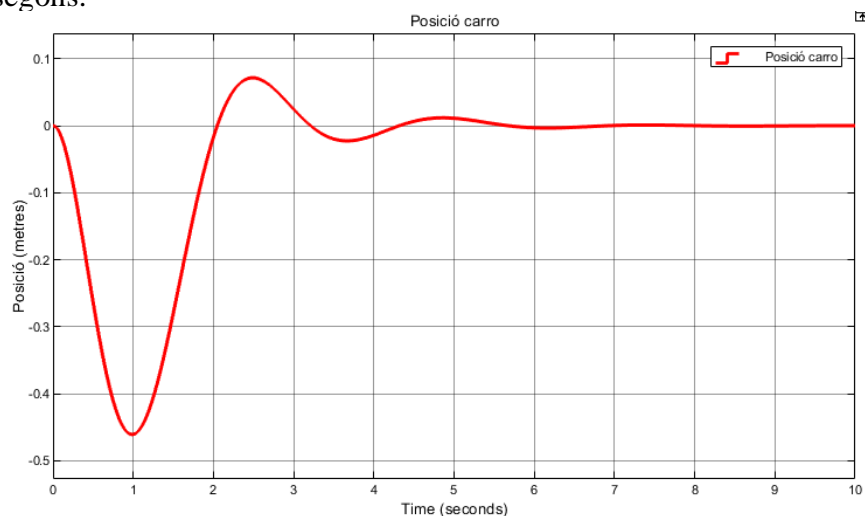


Figura 7.11 Resposta LQR posició carro

Com es pot observar a la resposta, el carro parteix de la condició inicial 0 metres, donat per la consigna. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 12 segons torna a la posició desitjada, a 0. Es considera acceptable però restaria millorar el sobre impuls de la resposta.

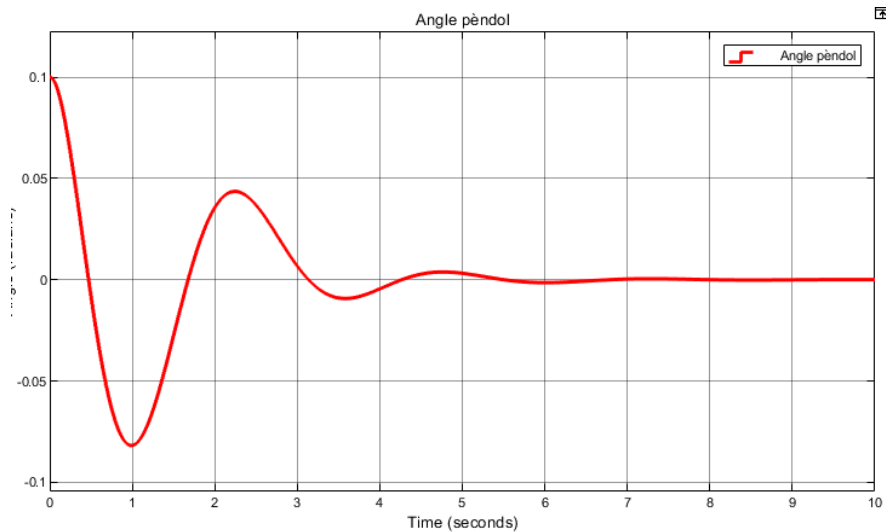


Figura 7.12 Resposta LQR angle pèndol

Com es pot observar a la resposta, l'angle del pèndol parteix de la condició inicial 0.1 radians, donat per les condicions inicials de la figura 7.4 . Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 12 segons torna a la posició desitjada, a 0 radians. Es considera un guany acceptable però restaria millorar el sobre impuls de la resposta.

Un cop analitzades les respostes es proposa canviar els paràmetres per equilibrar l'esforç de control i la desviació, modificant la matrius R per actuar més agressivament sobre la u

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}; \quad R = 0.1; \quad (27)$$

i tornant a calcular la matriu de guany del controlador obtenim la següent resposta millorada. En la imatge 7.10. Resposta LQR al carro i el pèndol respectivament.

$$K = [3.1351 \quad -5.9503 \quad 44.7696 \quad 17.8614]$$

S'aconsegueix així millorar el sobre impuls tant del carro com del l'angle del pèndol per a realitzar una estabilització més suau i amb un temps d'estabilització pràcticament de la meitat que el cas anterior.



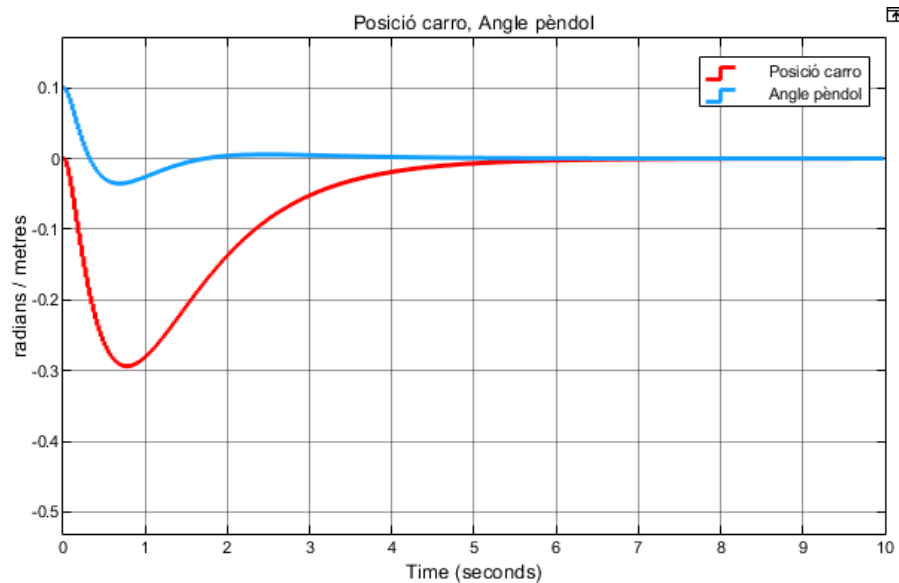


Figura 7.13 Resposta LQR millorada carro i angle del pèndol

### 7.3.2 Control del sistema No lineal:

Per al disseny de control del sistema s'utilitza l'eina Simulink de Matlab, amb els diferents blocs que conformen el sistema per control LQR, en aquest cas connectats per al sistema No lineal del pèndol invertit sobre el carro representat per el bloc subsistema comentat al capítol 6.

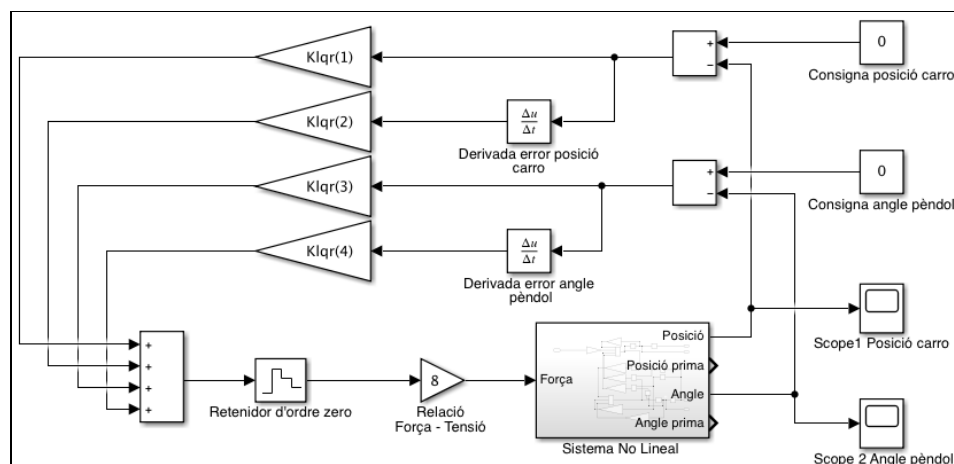


Figura 7.14 Diagrama Simulink control LQR no lineal

On:

- Els blocs **Klqr** representen la **K** o guany per LQR del sistema multiplicats per cadascun dels estats.
- Les consignes indiquen cap a on es vol portar el sistema, en aquest cas a 0 tant la posició del carro (posició central de la guia) com l'angle del pèndol (posició vertical en equilibri).
- Es determinen unes condicions inicials als blocs integradors de les sortides  $[x, \theta]$ , tenint en compte que el pèndol es situa 0.1 radians desplaçat de l'eix vertical, iniciant la inestabilitat i el carro a 0.

- El temps de mostreig  $T_s = 0.001$  segons.

Seguidament es mostra les respostes al control LQR millorat al sistema no lineal, de la posició (Figura 7.15) i l'angle del pèndol en (Figura 7.16). Es dona un temps de simulació de 20 segons.  $T_{stop} = 10$  segons

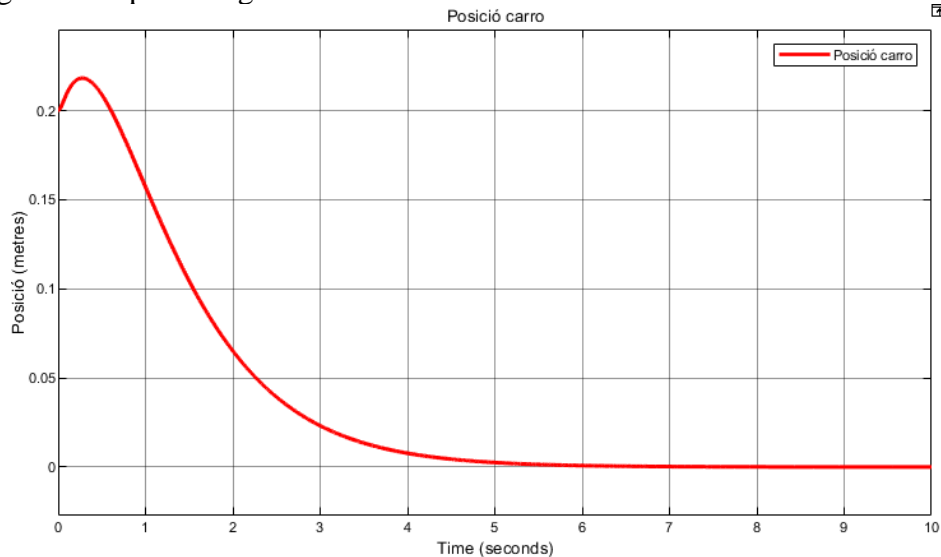


Figura 7.15 Resposta LQR- No lineal posició carro

Com es pot observar a la resposta, el carro parteix de la condició inicial 0 metres, donat per la consigna. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 7 segons torna a la posició desitjada, a 0. S'aconsegueix millorar el controlador anterior, retorn d'estat.

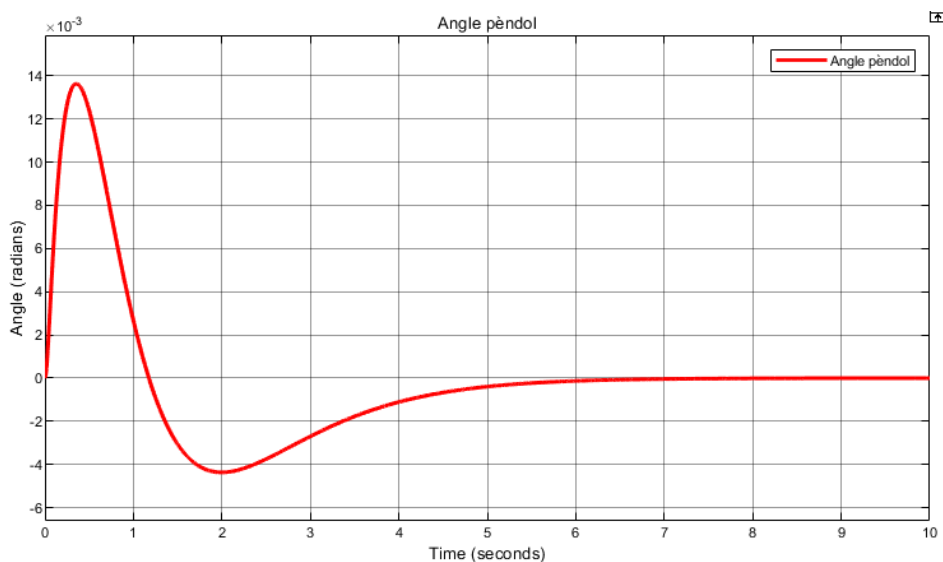


Figura 7.16 Resposta LQR No lineal angle pèndol

Com es pot observar a la resposta, l'angle del pèndol parteix de la condició inicial 0.1 radians, donat per les condicions inicials de la figura 7.4 . Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 7 segons torna a la posició desitjada, a 0. S'aconsegueix millorar el controlador anterior, retorn d'estat.

## 7.4 Controlador PID

Es el control més fonamental de la història del control de sistemes. El controlador PID (Proporcional-Integral-Derivatiu) es un mecanisme de control que mitjançant un llaç tancat de realimentació permet la regulació de diferents variables de un sistema en general. El valor proporcional es basa de l'error actual del sistema, l'integral dels error passats del sistema i el derivatiu es una predicció dels errors futurs.

En aquest projecte s'utilitzen dos valor de referència. Una perquè l'angle del pèndol sigui  $0^\circ$  respecte a la força Normal (pèndol invertit en equilibri) i l'altre per a que el carro torni a una posició desitjada en aquest cas a 0m. (centre de la guia). L'algoritme del controlador PID està format per la suma dels tres components Proporcional, Integral i Derivatiu i es representa amb la següent equació.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (28)$$

Cadascun del components del controlador te una funció en particular que s'explica a continuació:

- **Acció proporcional (P)** : Aquesta consisteix en multiplicar el senyal d'error per una constant  $K_p$ , actuant sobre el present. En cas de que el valor desitjat estigui molt lluny del valor obtingut a la resposta es procedirà a aplicar més acció proporcional. Si està per sota de la resposta desitjada el valor serà és gran i si esta per sobre el valor serà més petit. El factor proporcional influeix en la velocitat de la resposta del sistema, si augmenta molt el valor disminueix doncs el temps de resposta, encara que si s'augmenta massa el valor pot donar lloc a l'origen d'oscil·lacions. (29) relaciona el guany amb sortida i l'error

$$u(t) = K_p e(t) \quad (29)$$

- **Acció integral (I)** : Aquesta es pot veure com la suma de l'error, sent cada vegada mes gran a mesura que passa el temps, es a dir, pren els valors passats del erro. Aquesta acció assegura que l'error del sistema en regim permanent sigui igual a zero. La component de la integral  $K_i$  també afecta a la velocitat de resposta de manera que aquest valor es molt petit el sistema trigarà més e ne eliminar aquest error. Aquesta component, també, tendeix a oscil·lar si es sobrepassa el seu valor, però de manera més dràstica que el cas anterior Proporcional. (30) relaciona el guany amb sortida i la integral de l'error respecte del temps.

$$u(t) = K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (30)$$

- **Acció Derivativa (D)** : Aquesta acció consisteix en realitzar la derivada del error  $e(t)$  i es te en compte la tendència que té l'error. La derivada de l'error doncs, es refereix a la velocitat amb la canvia l'error, augmentat l'amplitud de l'acció de control en el moment en el que l'error canvia de manera més ràpida i disminuint-lo quan el canvi es fa lentament. A trets generals la component derivativa millora la resposta del sistema si els valors son moderats. (31) relaciona el guany amb sortida i la derivada del l'error.

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (31)$$

• **Acció proporcional – integral (PI)** : Al combinar aquestes dues accions es aconsegueix canviar l'acció de control en cada moment, degut a la integral, depenent només del error en e estat present. (32) relaciona el guany amb l'entrada, l'error i la integral de l'error.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (32)$$

• **Acció de control proporcional- derivativa (PD)** : La component derivativa té en compte la velocitat a la que està variant l'error, aleshores , suma el seu valor amb el proporcional quan canvia ràpidament, i per contra es resta quan aquest canvia lentament. (33) relaciona el guany amb l'entrada, l'error i la derivada del l'error

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (33)$$

#### 7.4.1 Control del sistema lineal

Per al disseny de control del sistema s'utilitza l'eina Simulink de Matlab, amb els diferents blocs que conformen el sistema de control PID, en aquest cas connectats per al sistema lineal del pèndol invertit sobre el carro representat per el bloc d'espai d'estats. Figura 7.17 mostra aquest diagrama.

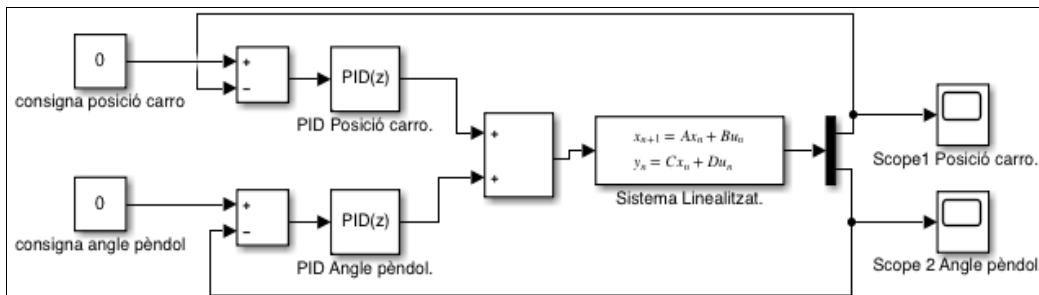


Figura 7.17 Diagrama Simulink Control per PID / Font: [EP]

On:

- Els 2 blocs PID, discrets un per la posició del carro i l'altre per l'angle del pèndol
- Consignes a zero, ja que en el procés de linealització del sistema es considera angle  $\theta = 0$  posició invertida a les que es vol portar el pèndol (estabilitat) i en la posició del carro  $x = 0$ .
- Es determinen unes condicions inicials dels bloc de Simulink Sistema discret en espai d'estats, tenint en compte que el pèndol es situa 0.1 radians desplaçat de l'eix vertical, iniciant la inestabilitat.

Es fa ús de l'eina *PID Tunner* de Matlab, on es pot editar la velocitat i la robustesa del

controlador a temps real amb les *Tunning tools*, valors de  $K_p$ ,  $K_i$  i  $K_d$  del PID del carro i l'angle en la següent taula:

	$K_p$	$K_i$	$K_d$	N (filtre derivatiu)
<b>Carro</b>	-5807	-776.10	1511.81	3.83
<b>Angle pèndol</b>	1366.46	8985.57	33.32	953.19

Taula 7.2  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$  angle pèndol i carro / Font [EP]

Seguidament es mostra les respostes al control PID del sistema lineal, de la posició (Figura 7.18) i de l'angle del pèndol en radians (Figura 7.19). Es dona un temps de simulació de 10 segons.  $T_{stop} = 10$  segons.

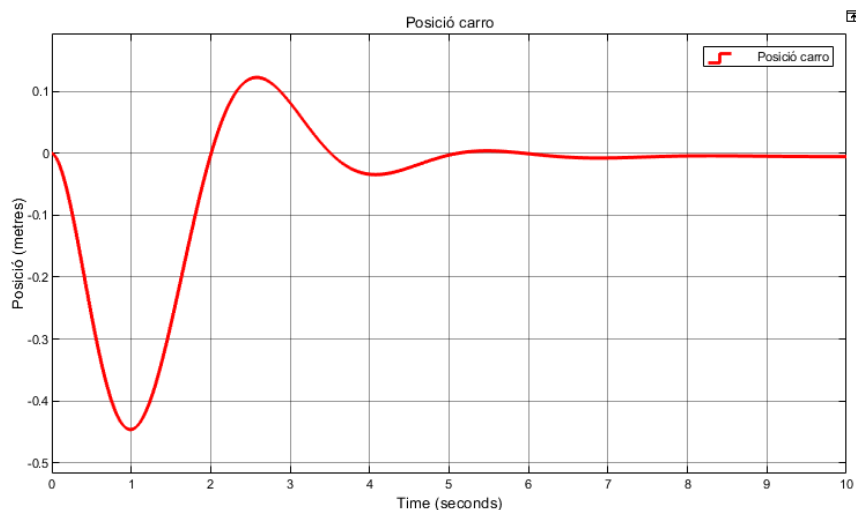


Figura 7.18 Resposta PID tuner tool posició carro

Com es pot observar a la resposta, el carro parteix de la condició inicial 0 metres, donat per la consigna. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0. Es considera acceptable però restaria millorar el sobre impuls de la resposta.

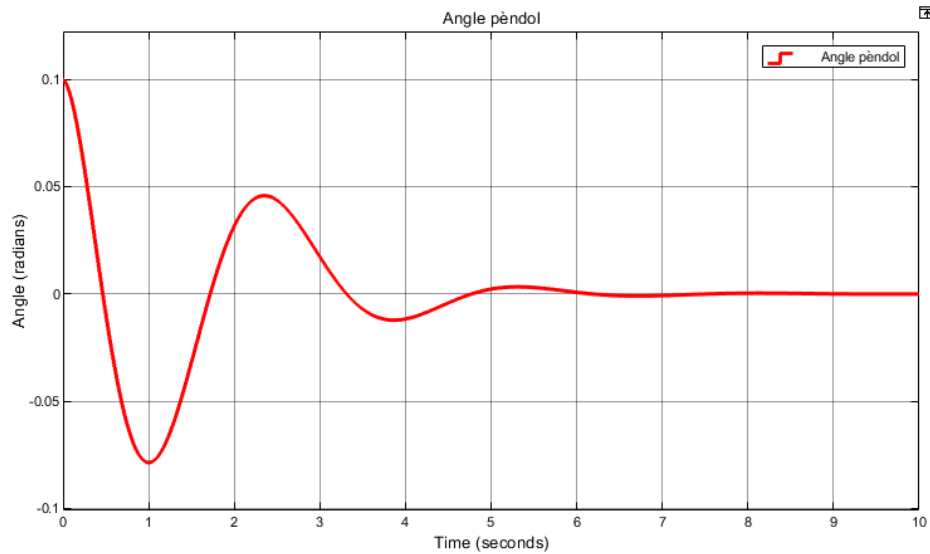


Figura 7.19 Resposta PID tunner tool angle pèndol

L'eix Y té unitats en radians, mentre que l'eix X unitats de segons. Com es pot observar a la resposta, l'angle del pèndol parteix de la condició inicial 0.1 radians, donat per les condicions inicials de la figura XXX. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0 radians. Es considera acceptable però restaria millorar el sobreimpuls de la resposta.

Tot i que el sistema sembla completament estable, els valors dels guanys a nivell teòric i de a nivell de simulació no suposen un problema, en canvi alhora de testear-ho a un sistema físic, aquests guanys per molt bona respostes simulades que ofereixin, són realment elevats pel que fa a la tensió necessària de funcionament que requereixen. Amb aquest raonament es modifica els guanys proporcional **K<sub>p</sub>**, integral **K<sub>i</sub>** i derivatiu **K<sub>d</sub>**, per tal reduir-los de valor obtenint una resposta satisfactòria, que serà suportada per el test a la maqueta física. Així doncs s'agafen els següents guanys a la taula XXX que s'obtenen del control PID modificant-los a base de prova i error analitzant les respostes obtingudes per retorn d'estat i LQR.

	<b>K<sub>p</sub></b>	<b>K<sub>i</sub></b>	<b>K<sub>d</sub></b>
<b>Carro</b>	-3	0.01	-6
<b>Angle pèndol</b>	45	0.01	18

Taula 7.3 K<sub>p</sub>, K<sub>i</sub>, K<sub>d</sub> angle pèndol i carro

Obtenint doncs una resposta satisfactòria amb uns guanys raonables i realitzables, ja que la relació tensió-força utilitzada es realista, amb un temps d'estabilització de 7 segons. (Veure Figura 7.20)

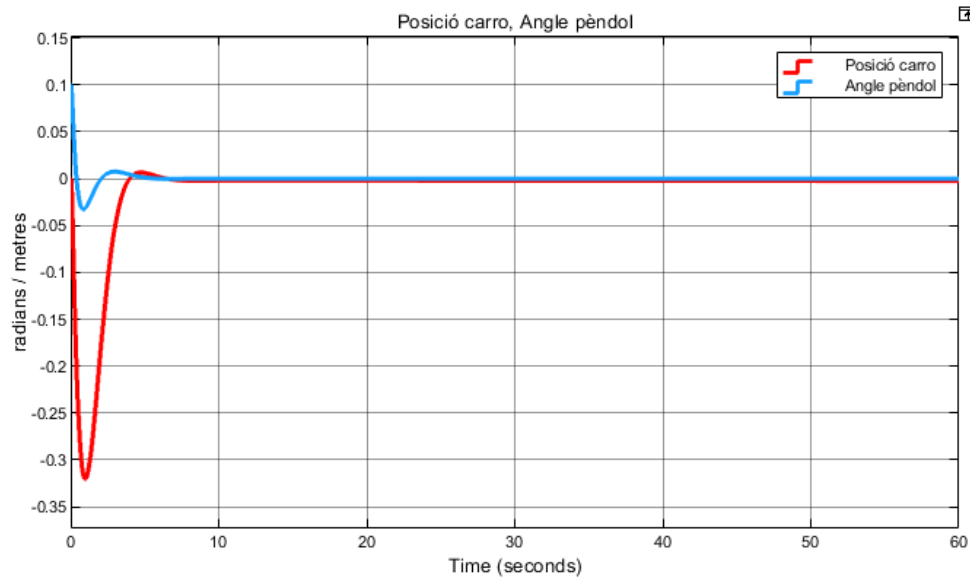


Figura 7.20 Resposta PID millorada

### 7.4.2 Control del sistema No lineal

Per al disseny de control del sistema s'utilitza l'eina Simulink de Matlab, amb els diferents blocs que conformen el sistema de control per realimentació o retorn d'estat, en aquest cas connectats per al sistema No lineal del pèndol invertit sobre el carro representat per el bloc subsistema del modelat no lineal del pèndol invertit comentat al capítol 6. S'utilitza el control PID millorada dels dos realitzats.

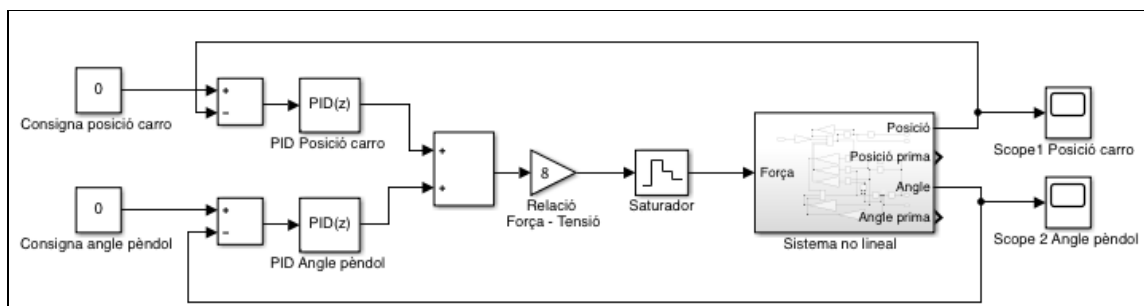
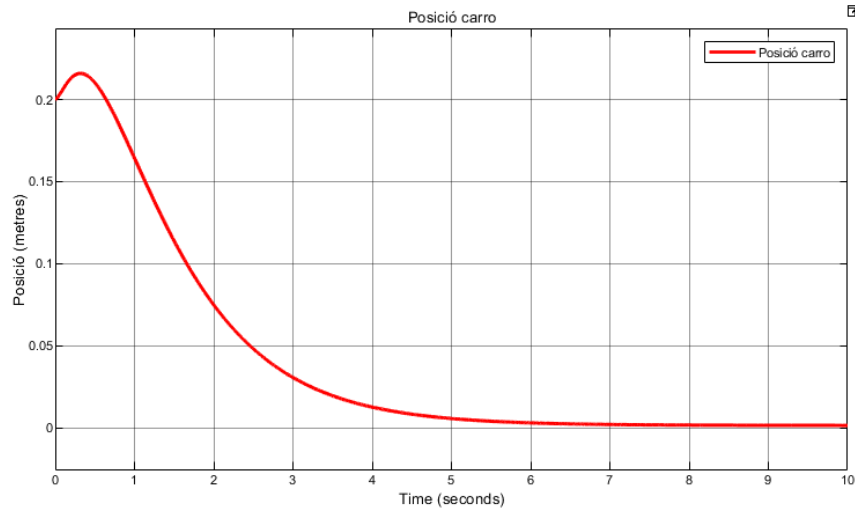


Figura 7.21. Simulink Control PID sistema No lineal /Font [EP]

On:

- Els 2 blocs PID són discrets, un per la posició del carro i l'altre per l'angle del pèndol
- Consignes a zero, ja que en el procés de linealització del sistema es considera angle  $\theta = 0$  posició invertida a les que es vol portar el pèndol (estabilitat) i en la posició del carro  $x = 0$ .
- Es determinen unes condicions inicials als blocs integradors de les sortides  $[x, \theta]$ , tenint en compte que el pèndol es situa 0.1 radians desplaçat de l'eix vertical, iniciant la inestabilitat i el carro a 0.
- El temps de mostreig  $T_s = 0.001$  segons.

Seguidament es mostra les respostes al control PID del sistema no lineal, de la posició (Figura 7.21) i de l'angle del pèndol en radians (Figura 7.22). Es dona un temps de simulació de 10 segons.  $T_{stop} = 10$  segons.



Imatge 7.21 Resposta control PID carro no lineal

Com es pot observar a la resposta, el carro parteix de la condició inicial 0 metres, donat per la consigna. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0. S'aconsegueix millorar el controlador anterior, retorn d'estat.

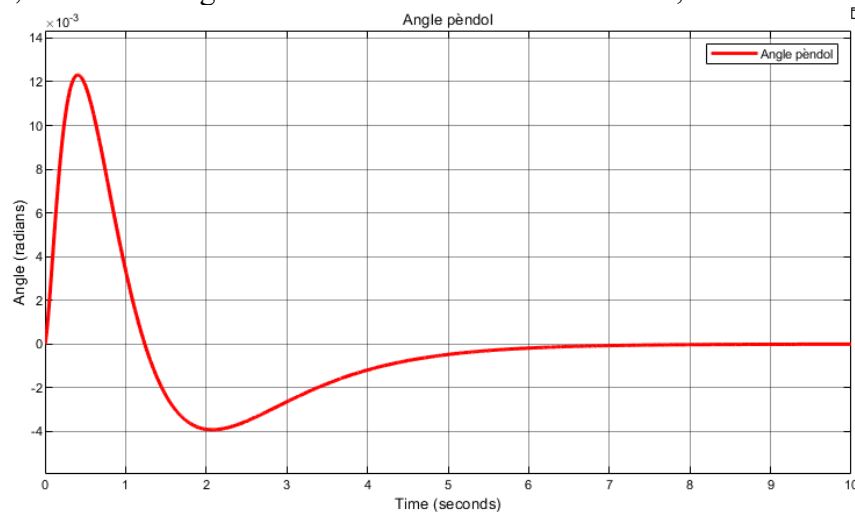


Figura 7.22 Resposta control PID angle pèndol no lineal

L'eix Y té unitats en metres, mentre que l'eix X unitats de segons. Com es pot observar a la resposta, el carro parteix de la condició inicial 0 metres, donat per la consigna. Després d'aproximadament un temps d'estabilització de 8 segons torna a la posició desitjada, a 0



## 7.5 Control de lògica difosa FUZZY

Es un control basat en tècniques de lògica difosa. Aquesta es similar a la inferència del ésser humà; que a diferència del control clàssic que és un control punt a punt, el control difós es un control de rang a rang. Les entrades i sortides del controlador son les mateixes que a les tècniques clàssiques de control (La entrada es la variable controlada i la sortida la magnitud de control). No obstant ela sortida d'un control difós es deriva de las difusions d'entrades i sortides utilitzant les denominades funcions de pertinença associades. En el control clàssic es determina 0 o 1 per classificar un element dins d'un conjunt mentre que la lògica difusa pot determinar termes entremitjos, veure la figura 7.23

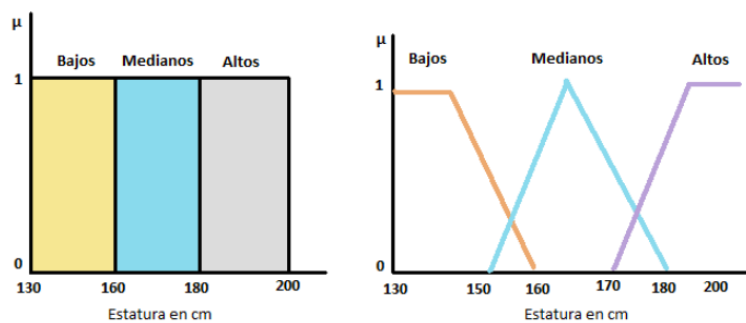


Figura 7.23 lògica difosa/lògica clàssica Font [7]

Per tal d'entendre el procés de control es defineixen alguns conceptes clau. Les funcions de pertinença, les regles difoses de control i les operacions borroses.

**Funcions de pertinença:** Representen el grau de pertinença d'un element a un subconjunt difús definit per un per un valor lingüístic o etiqueta. De totes les formes utilitzades per aquestes funcions, les més comuns son del tipus trapezoidal, triangular, singleton, gaussian, i o tipus campana.

**Regles difoses de control:** Un controlador difós utilitza regles que combinen un o més conjunts difosos d'entrada anomenats premisses i les associen un conjunt difós de sortida anomenat conseqüència. A aquestes regles se les coneix com a regles difoses o regles fuzzy. Es tracta d'afirmacions del tipus SI-ALESHORES on en anglès IF-THEN. Permeten expressar el coneixement que es disposa sobre la relació de les premisses i la conseqüència. Per fer-ho es precisen varies regles que s'agrupen en un conjunt conegut com base de regles. L'edició d'aquest conjunt de regles és el que determinarà el comportament del controlador de lògica difosa, on s'emula l'experiència o coneixement del operador per al disseny de l'estratègia de control. La base de regles es representa per taules. En el cas de dues variables d'entrada i una de sortida la taula es més senzilla de comprendre, ja que si el número de variables lingüístiques creix i per tant la base de regles també i més difícil es torna la seva edició. Cal destacar que a cada regla pot estar associada a un valor entre 0 i 1, que dona pes a la mateixa, per casos en els que una regla tingui més força o importància que unes altres. Avui dia existeix una gran varietat de tipus de regles, però es podria dir que els més empleats, en general, so les regles difoses de Mamdani y les regles difoses de Takagi-Sugeno (TS). En el present projecte es desenvolupa un controlador de dos entrades ( $\theta, \hat{\theta}$ ) s'utilitzar regles difoses de Mamdani.

**Operacions borroses:** Al subconjunts rd pot aplicar diferents operadors o bé operar dos conjunts entre sí. En ambdós casos s'obtindrà un altre conjunt nou. Existeixen tres operacions bàsiques:

- Complement (NOT)
- Unió (OR)
- Intersecció (AND)

Un cop descrits els conceptes del paràgraf anterior, es el moment de descriure el funcionament i fases necessàries per un controlador de lògica difosa. Aquesta consta bàsicament de tres etapes diferenciades:

- **Fuzzificació:** La coneguda com fuffificació converteix cada segment de l'entrada en graus de pertinença buscant entre una o diverses funcions de pertinença. Es mesura els valors de les variables d'entrada i realitza una transformació d'escala (és a dir, una normalització d'entrada) que mostra els valors físics de les variables d'estat del procés actual en un univers del discurs normalitzat. Es converteix un valor real donat en un conjunt difós, per tal de fer-lo compatible amb la representació conjunta difusa de la variable d'estat del procés a l'antecedent de la regla.
- **Inferència:** Combina funcions de pertinença amb les regles de control per derivar la sortida difusa. Es defineixen seguidament les funcions de pertinença\* i les regles de control\*. El conegut com a sistema inferència fuzzy, és l'encarregat d'avaluar les regles de control més rellevants a temps real i decidir quina entrada se li ha de donar a la planta (sortida u1) del controlador Fuzzy.
- **Defuzzificació:** L'última fase de controlador Fuzzy. Utilitza un mètode per a calcular la sortida associada i obtenir una sortida final. Es tracta d'un procés matemàtic utilitzat per a convertir un conjunt difós en un nombre real. El sistema d'inferència difosa obté una sortida partir de la informació de l'entrada però en termes difosos. Per a transformar aquestes dades però en termes real existeixen diferents mètodes de defuzzyficació amb diferents resultats, el més comú i àmpliament utilitzat es el centroide. Aquesta sortida fuzzificada provinent de la inferència fuzzy pes enviada al la planta com a senyal de control.

### 7.5.1 Disseny del controlador

Es fa ús d'un controlador Fuzzy l'estructura ANFIS tipus Mamdani, utilitzant l'editor ANFIS GUI de MATLAB. Mostrat en la figura següent. On es creen i editen les funcions de pertinença i es crearà la base de regles. El primer pas es definir les funcions de pertinença per a l'entrada ex (l'error), l'entrada dex (derivada de l'error) i a la sortida output1 (sortida, senyal de control u). S'utilitza la nomenclatura típica Fuzzy, en el cas del present projecte es trien 5 subconjunts per a les diferents variables : NG (negatiu gran), NP (negatiu petit), ZE (zero), PP (positiu petit) i PG (positiu gran). Per a les dues entrades utilitzades es tria un tipus de subconjunts triangulars (forma de la corba de cada subconjunt) per la sortida s'utilitza també tots els subconjunts de forma triangular.. La figura XXX mostra les funcions de pertinença de l'error, la derivada de l'error i la sortida de control (u).

Es poden afegir o treure variables d'entrada i de sortida. per obrir la fuzzy Logic toolbox de matlab s'escriu el comando

>>fuzzy

Aleshores per defecte s'obrirà el editor on tindrem els blocs de l'entrada que indicaran les funcions de pertinença de l'entrada i els blocs de la dreta que indicaran les funcions de pertinença de sortida. (Figura 7.24)

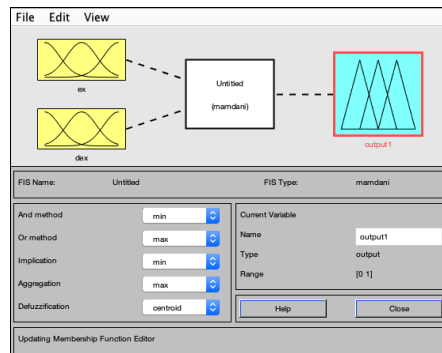


Figura 7.24 FIS mamdani controller

Per a dissenyar el controlador s'ha de definir també un rang de l'univers del discurs per a cada entrada i per a cada sortida. En el cas del present projecte s'han realitzat dues alternatives de disseny:

- **Utilitzant 4 Blocs controladors Fuzzy:** un per cada estat  $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}]$ .
- **Utilitzant 2 Blocs Fuzzy:** Un per els estats de la posició del carro  $[x, \dot{x}]$ .i un pels estats de l'angle del pèndol  $[\theta, \dot{\theta}]$ .

Tot i haver realitzat les dues alternatives correctament, només es presenta el control utilitzant la segona alternativa (2 blocs Fuzzy) ja que treballa de manera més satisfactòria i amb més bons resultats.. El disseny i resposta de la primera alternativa comentada es mostren al l'Annex Annex III. Es discuteix doncs en el document la segona i millor alternativa. El rangs de l'univers del discurs es cerquen els rangs que millor s'adapten a la sortida segons les proves realitzades. Finalment es fixen de la següent manera:

- Per al controlador Fuzzy de la posició del carro
  - Rang de l'error (e) : [-2 2]

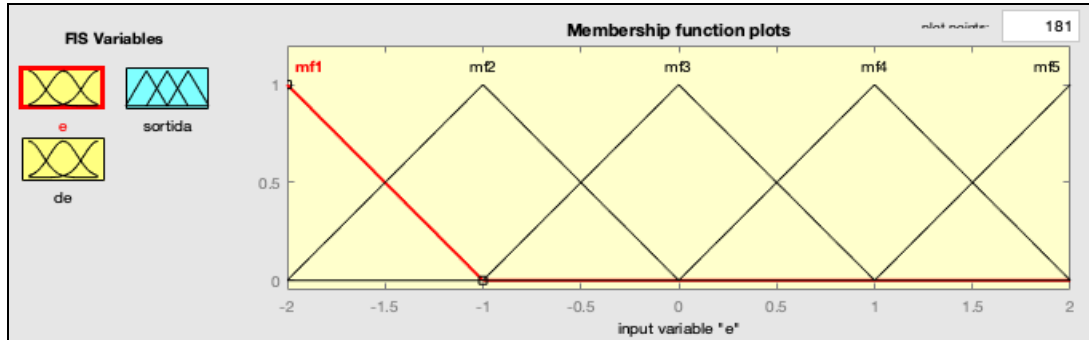


Figura 7.25 Univers del discurs error carro

- Rang de la derivada de l'error (de) : [-1 1]

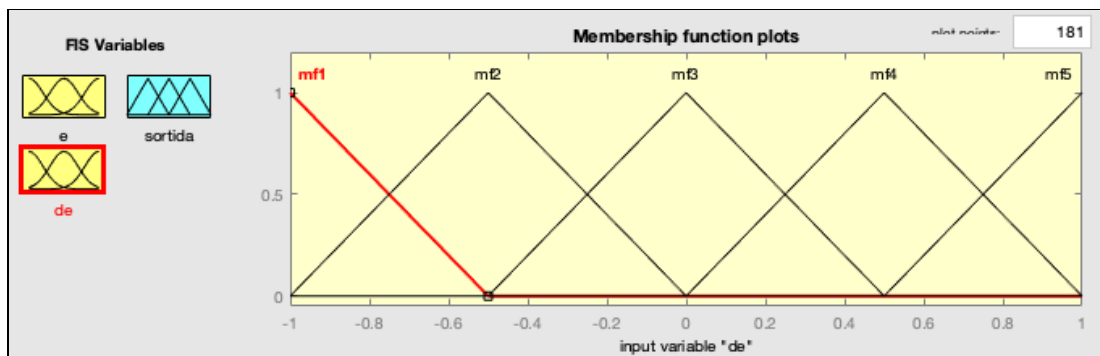


Figura 7.26 Univers del discurs derivada error carro

- Rang de la sortida (sortida) : [-6 6]

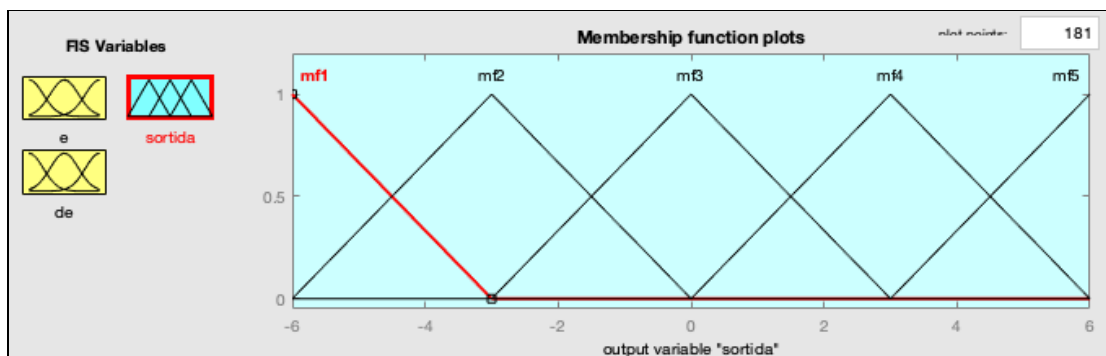


Figura 7.27 Univers del discurs derivada de l'error sortida carro

- Per el controlador Fuzzy de l'angle del pèndol:
  - **Rang de l'error (e) : [-1 1]**

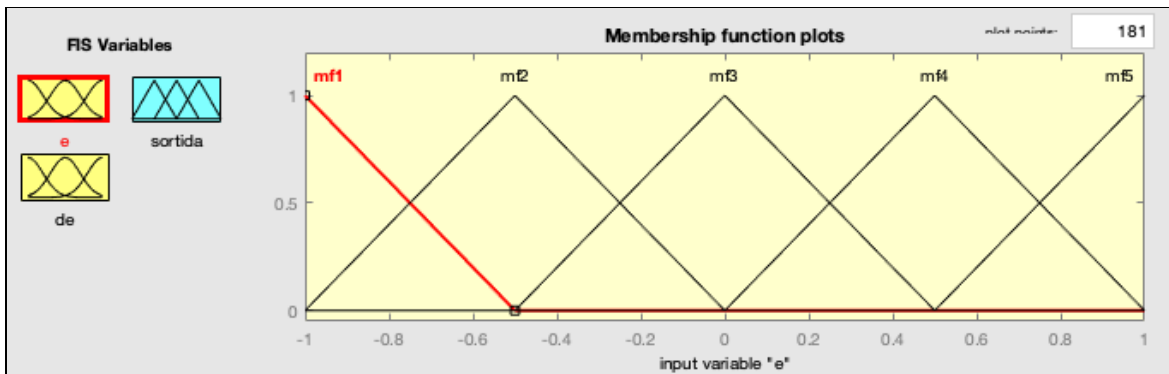


Figura 7.28 Univers del discurs error pèndol

- **Rang de la derivada de l'error(de) : [-3 3]**

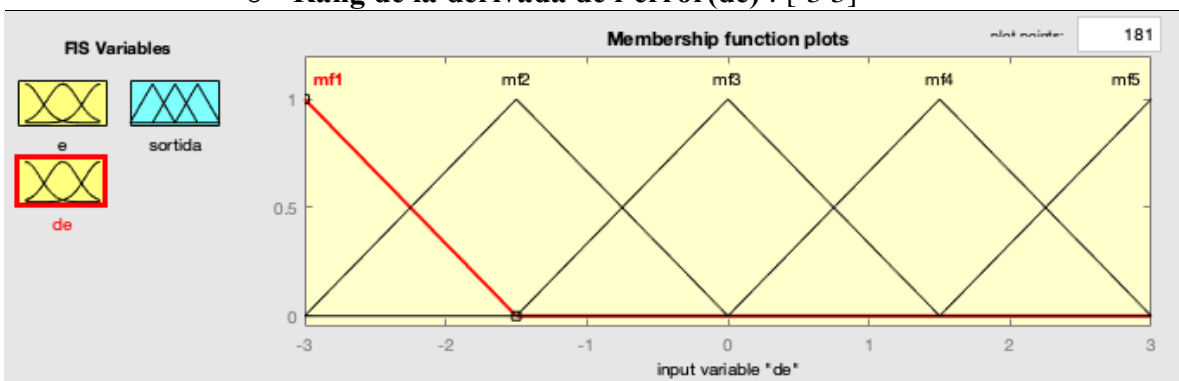


Figura 7.29 Univers del discurs derivada de l'error pèndol

- **Rang de la sortida (sortida) : [-56 56]**

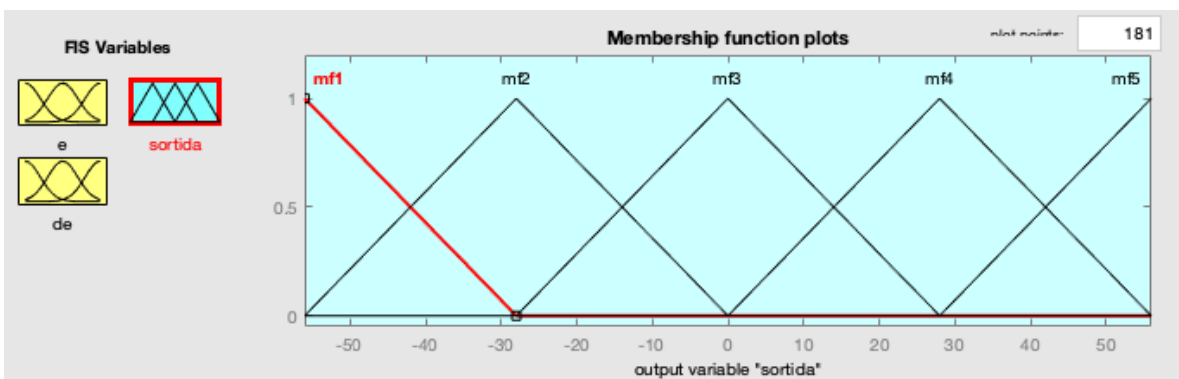


Figura 7.30 Univers del discurs derivada sortida pèndol

Per a definir les regles, es disposen tres paràmetres: l'error, la derivades de l'error i la força. Aquest ultima suposarà la sortida del bloc Fuzzy o el que es el mateix, la entrada de control al sistema, mentre que els dos primers paràmetres representen les entrades del controlador. Per determinar entendre les regles es mostra el següent esquema de tres posicions possibles per a tres regles, de manera que es pugui entendre el funcionament de les 25, anàlogament.

- En el primer cas Figura XXXa quan es determina l'error com a positiu gran (PG) i la derivada de l'error com a positiu petit (PP), en aquest cas tenint en compte el sentit de l'esquema proposat, s'hauria d'aplicar una acció de control (Força) gran per fer que el pèndol retorni a la zona desitjada amb rapidesa, aleshores la força resultant seria positiu gran (PG).

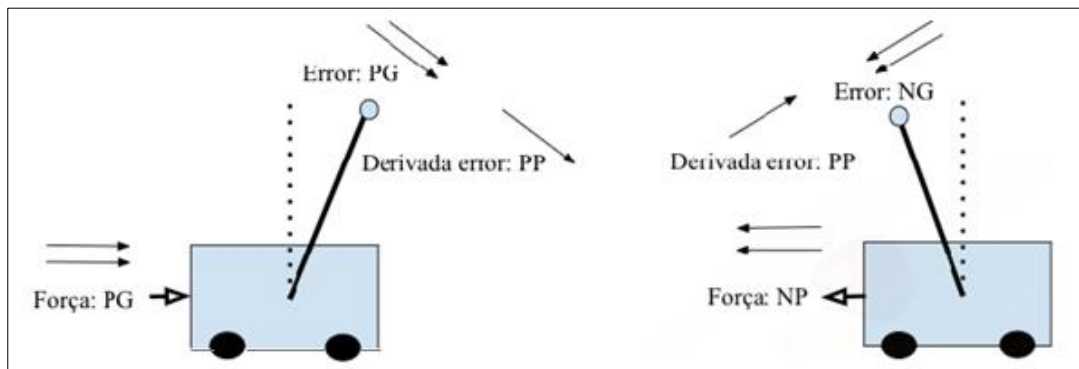


Figura 7.31 Exemple aplicació regles

- En el segon cas la Figura 7.31 b quan es determina l'error com a positiu gran (NG) i la derivada de l'error com a positiu petit (PP), en aquest cas tenint en compte el sentit de l'esquema proposat, s'hauria d'aplicar una acció de control o força seria negativament petita (NP) per fer front al error amb l'ajuda de la derivada.

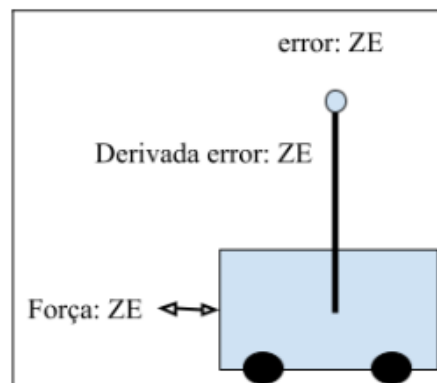


Figura 7.32 Exemple aplicació regles

- En aquest últim cas de la figura 7.32 , quan es determina l'error com a zero (ZE) i la derivada de l'error a zero (ZE) es trobaria en la posició d'equilibri, doncs en aquest cas no s'hauria d'aplicar cap acció de control (Força).

La forma de la regles de control es de l'estil:

$$R = \text{IF } e_1 = E_i \text{ AND } e_2 = E_j \text{ THEN } u_1 = U_n(i,j)$$

on  $e$  es l'error,  $e(t)$ , de es la derivada de l'error  $e(t)$  i  $u_1$  es la senyal de control de sortida del bloc Fuzzy.  $E_i$  es la variable lingüística de  $e_1$  i  $E_j$  es la variable lingüística de  $e_2$ .

Per introduir la base de regles, s'obre el editor de regles del editor ANFIS i es defineixen segons la forma descrita anteriorment. En total hi ha 25 combinacions

Aquests termes fan referència a l'estat de les entrades posició del pèndol respecte la posició desitjada, i la posterior acció de control correctora per a portar el pèndol cap aquesta posició. La taula Base de regles mostra la configuració de les 25 regles utilitzades per descriure.

U	NG	NP	ZE	PP	PG
NG	NG	NG	NP	NP	ZE
NP	NG	NP	NP	ZE	PP
ZE	NG	NP	ZE	PP	PG
PP	NP	ZE	PP	PP	PG
PG	ZE	PP	PP	PG	PG

Taula 7.4 Conjunt de regles fuzzy / Font : elaboració pròpia

## 7.5.2 Control del sistema no lineal

Per al disseny del diagrama de blocs s'utilitza els bloc *Fuzzy Controller*. En aquest cas connectats per al sistema No lineal, ja que el control Fuzzy està especialment pensat per sistemes lineals.

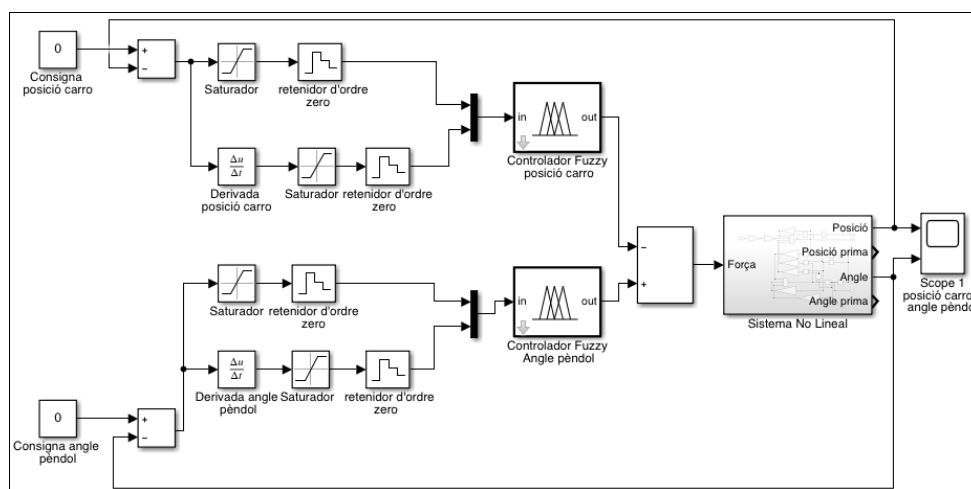


Figura 7.33 Simulink sistema de control Fuzzy no lineal

On:

- Els 2 blocs Fuzzy son un per la posició del carro i l'altre per l'angle del pèndol

- Consignes a zero, ja que en el procés de linealització del sistema es considera angle  $\theta = 0$  posició invertida a les que es vol portar el pèndol (estabilitat) i en la posició del carro  $x=0$ .
- Es determinen unes condicions inicial als blocs integradors de les sortides  $[x,\theta]$ , tenint en compte que el pèndol es situa 0.1 radians desplaçat de l'eix vertical, iniciant la inestabilitat i el carro a 0.
- El temps de mostreig  $T_s = 0.001$  segons.

A continuació es mostra la resposta del bloc *Scope* la posició del carro i l'angle del pèndol, proposant un temps de simulació  $T_{stop} = 20$ segons:

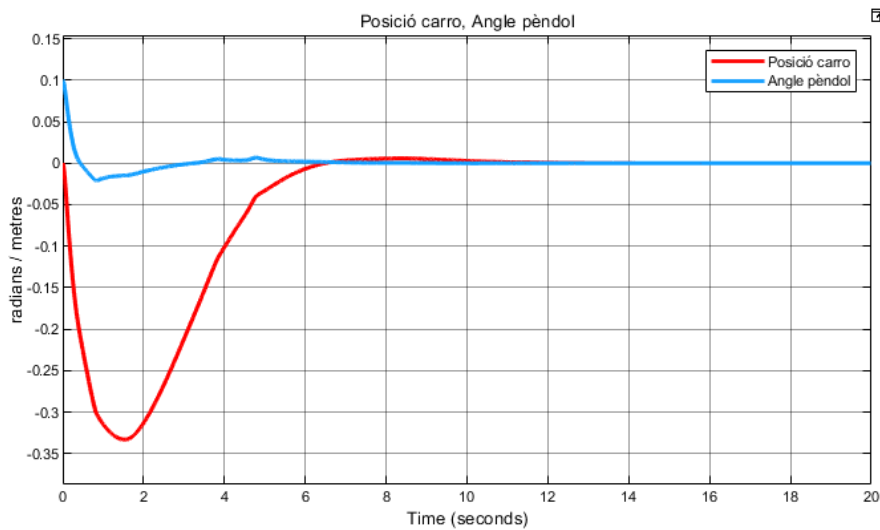


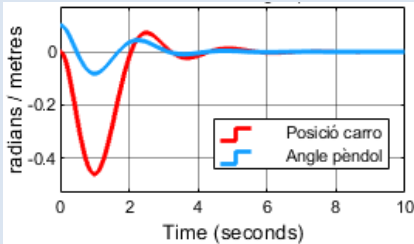
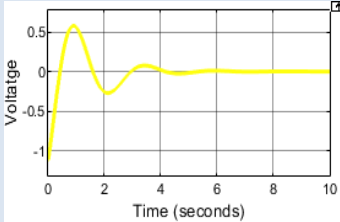
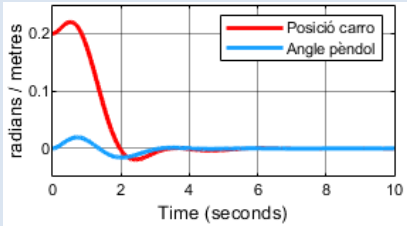
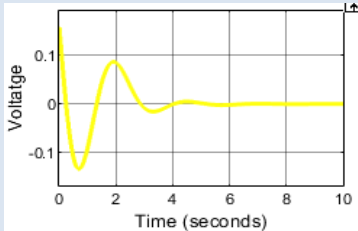
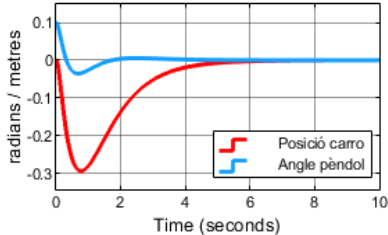
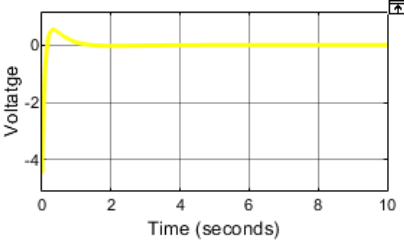
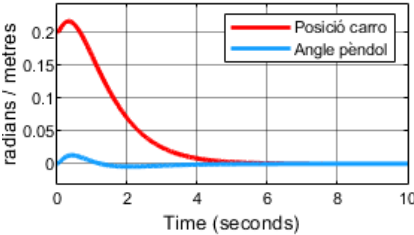
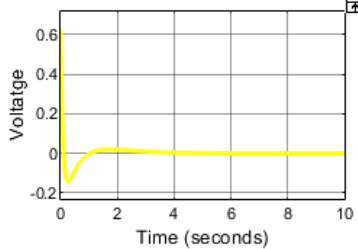
Figura 7.34 Resposta control Fuzzy No Lineal

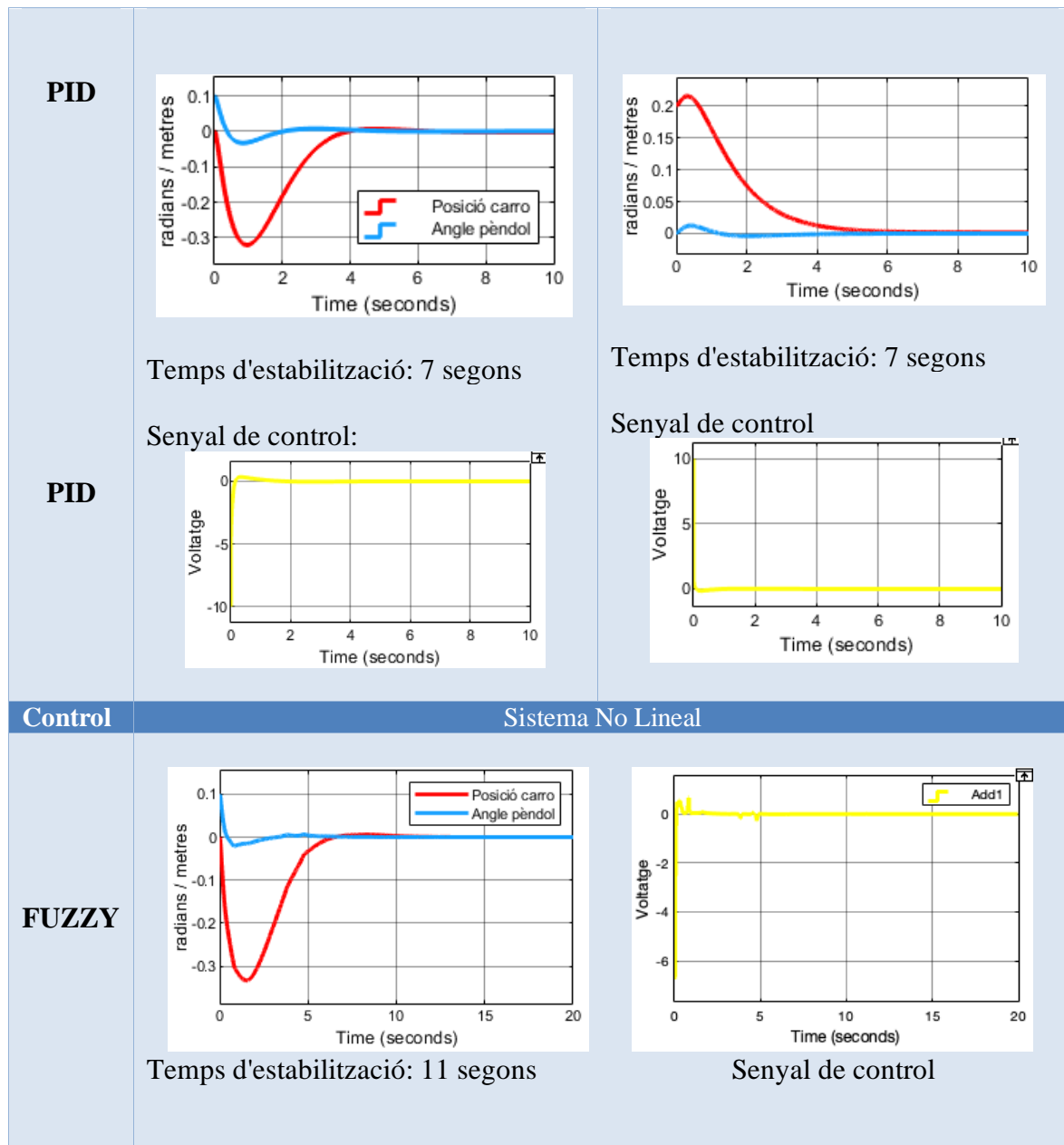
Com es pot apreciar l'angle del pèndol comença a la posició inicial (angle 0.1 rad desplaçat del 0) i oscil·la fins quedar-se a un angle de 0 rad aproximadament. De manera que s'estabilitza. Pel que fa al carro referent a la posició del carro cap a la posició desitjada 0. El sistema es completament estable passats 12 segons de simulació.



### 7.6 Anàlisis i conclusions de les simulacions:

Un cop realitzades les 2 simulacions (simulació amb el sistema Lineal i simulació amb el sistema No lineal) amb les quatre estratègies de control proposades (Retorn d'estat, LQR, PID i Fuzzy), es fa una comparativa de les respostes obtingudes que es recull a la taula 7.5 resum següent, on s'analitza el temps d'estabilització per a pèndol i el carro i la senyal de control, o entrada de control al sistema, per analitzar el guany que es traduirà a voltatge per l'actuador

Control	Sistema Lineal	Sistema Lineal
<b>Retorn d'estat</b>	 <ul style="list-style-type: none"> <li>· Temps d'estabilització: 8 segons</li> <li>· Senyal de control:</li> </ul> 	 <p>Temps d'estabilització: 8 segons Senyal de control:</p> 
<b>LQR</b>	 <p>Temps d'estabilització: 7 segons Senyal de control: pic màxim</p> 	 <p>Temps d'estabilització: 7 segons Senyal de control:</p> 



Taula 7.5 : Anàlisi i conclusions

Com es pot comprovar en la taula anterior, es pot apreciar que tots quatre controls ofereixen una resposta suau, amb un temps d'estabilització raonable, tots amb un temps de simulació de 10 segons, tret del control Fuzzy que se li dona 20 segons per observar l'estabilització correctament. Els controls són satisfactoris ja que en cap cas el carro supera els límits, de la guia i el pèndol s'estabilitza per complet en la posició d'equilibri invertida, considerada  $0^\circ$  graus. Es podria considerar que el millor control per velocitat i suavitat de l'acció de control, el control LQR, tot i que ajustant més els valors del controlador PID es podria arribar a una resposta encara més ràpida. Ambdues respostes dels dos controladors són pràcticament similars, i prou bones, així com el control per retorn d'estat i el control Fuzzy tot i que siguin controls una mica més lents.

## 7.7 Posada en marcha dels controladors al sistema real

Després de les simulacions satisfactòries es traslladen els controladors al entorn de treball software (Annex XXX) connectada a la maqueta Feedback DIP . Dins d'aquest entorn, es modifica el control ofert per el fabricant, per introduir els 4 controladors exposats en aquest TFG.

### 7.7.1 Resposta del control Retorn d'estat

Seguidament es mostra el *Scope* del sistema, figura 7.35, en el moment de realitzar l'estabilització doncs del seu cicle de treball per al control per retorn d'estats. Apareixen la posició del carro l'angle del pèndol, i el guany del senyal de control., ja que es un *Scope* fix dins del entorn i no es pot modificar els eixos, ni afegir unitats. El eix X per la posició son metres, per l'angle radians i per la senyal de control volts.

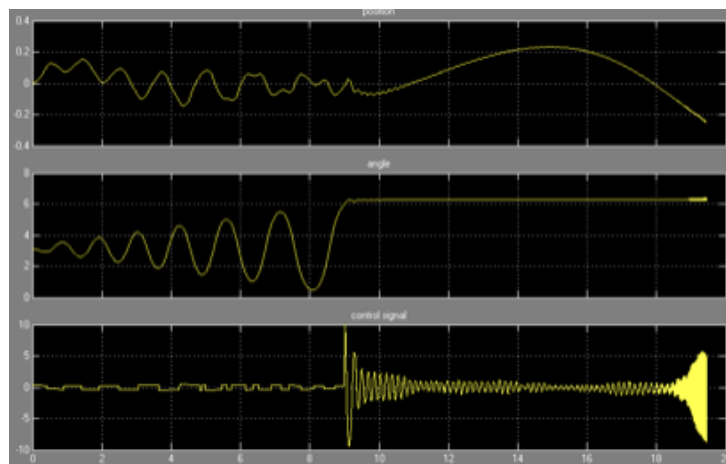


Figura 7.35 : Resposta sistema real retorn d'estat

Tot i que arriba a estabilitzar-se, no es comparable amb els bons resultats de la simulació, tot i així es aconsegueix mantenir-lo controlat en la posició invertida amb el controlador per retorn d'estat.

### 7.7.2 Resposta del control LQR

Seguidament es mostra el Scope del sistema, figura 7.36, en el moment de realitzar l'estabilització doncs del seu cicle de treball per al control LQR. Apareixen la posició del carro l'angle del pèndol, i el guany del senyal de control., ja que es un Scope fix dins del entorn i no es pot modificar els eixos, ni afegir unitats. El eix X per la posició son metres, per l'angle radians i per la senyal de control volts.

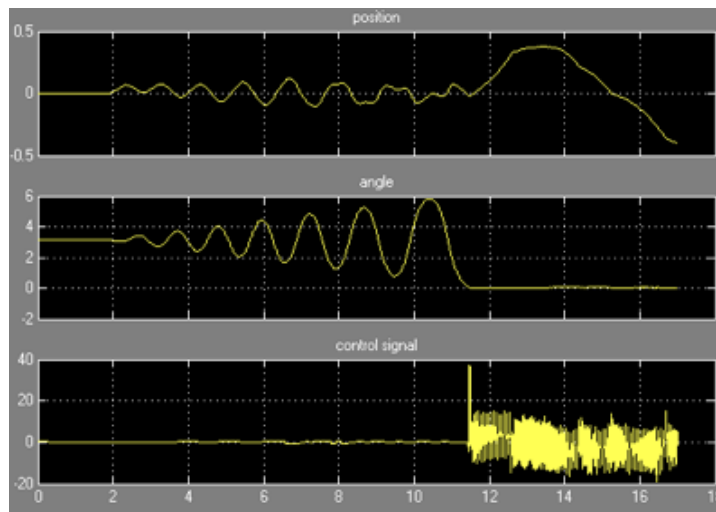


Figura 7.36 : Resposta sistema real LQR

Arriba a estabilitzar-se correctament tot i així es genera un soroll que no s'ha pogut eliminar del tot amb el propi filtre que ofereix el sistema.

### 7.7.3 Resposta del control PID

Seguidament es mostra el Scope del sistema, figura 7.37, en el moment de realitzar l'estabilització doncs del seu cicle de treball per el control PID. Apareixen la posició del carro l'angle del pèndol, i el guany del senyal de control., ja que es un Scope fix dins del entorn i no es pot modificar els eixos, ni afegir unitats. El eix X per la posició son metres, per l'angle radians i per la senyal de control volts. A més a més en aquest cas, l'entorn de treball no permetia posar guanys negatius o de valor diferent al rang determinat, es per això que es modifica lleugerament els valors obtinguts en la simulació del PID de la següent manera:

	$K_p$	$K_i$	$K_d$
<b>Carro</b>	4	0.25	5
<b>Angle pèndol</b>	4	0.1	3

Taula 7.6 : Anàlisi i conclusions

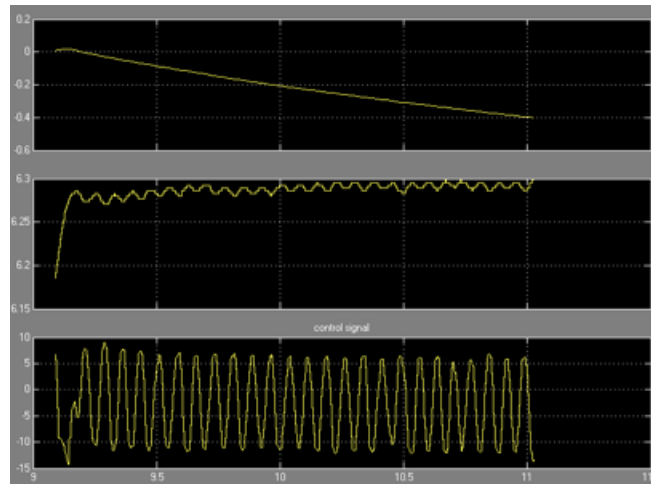


Figura 7.37 : Resposta sistema real PID

Arriba a estabilitzar-se correctament, sense el soroll dels dos controladors provats anteriorment. Te un comportament molt suau com es pot apreciar. Es podria dir que es el que millor resultat ha donat dels 4, cosa no sorprenen tenint en compte que és el controlador elemental dins del control digital de sistemes.

#### 7.7.4 Resposta del control Fuzzy

Seguidament es mostra el Scope del sistema, figura 7.38, en el moment de realitzar l'estabilització doncs del seu cycle de treball per el control PID. Apareixen la posició del carro l'angle del pèndol, i el guany del senyal de control., ja que es un Scope fix dins del entorn i no es pot modificar els eixos, ni afegir unitats. El eix X per la posició son metres, per l'angle radians i per la senyal de control volts.

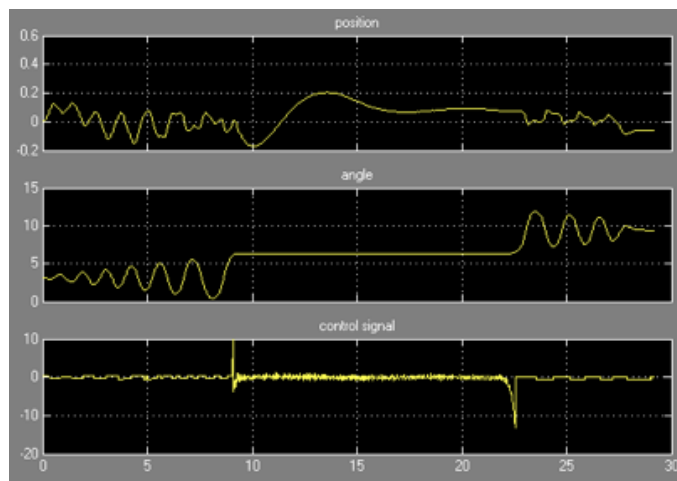


Figura 7.38 : Resposta sistema real Fuzzy

### 7.7.5 Conclusions finals

- Es modela el sistema amb els quatre controladors proposats, i es simula amb respostes satisfactòries. Els temps de resposta es poden considerar correctes
- El control per Retorn d'Estat i LQR estableixen el pèndol en la posició invertida sense problemes tot i sorgir vibracions que desplacen el carro en excés, que es s'han intentat reduir mitjançant filtres a la derivada de la posició del carro  $\dot{x}$  i a la deriva de l'angle del pèndol  $\dot{\theta}$  per mantenir-lo en l'estabilitat.
- El control per PID estableixen el pèndol pèndol en la posició invertida i el carro a la posició inicial donada. Demuestra ser el controlador més fiable per aquest tipus de sistemes dinàmics.
- El control per Lògica difosa respon de manera similar al controlador per retorn d'estat i LQR, sofria vibracions que passat un temps d'estabilització desplaçaven el carro cap al extrem de la guia fent caure el pèndol. S'aconsegueix millorar la resposta de la mateixa manera, filtres a la derivada de la posició del carro  $\dot{x}$  i a la deriva de l'angle del pèndol  $\dot{\theta}$  per mantenir-lo en l'estabilitat.
- La diferència de respostes entre les simulacions i la posada en marxa es poden deure a diversos factors, però el més evident es que l'entorn de treball informàtic de control del Digital Pendulum 33-936S té blocs "emascarats" no editables, que fan que dificulten l'acció d'integrar els controladors dissenyats prèviament tot i utilitzar els mateixos paràmetres del fabricant per els càlculs

## 8. Planificació

Aquesta secció es detallen la planificació i programació seguidament per a dur a terme el desenvolupament d'aquest treball. Seguidament es descriuen breument les tasques:

### 8.1 Descripció de tasques:

- Anàlisis previ: Decidir l'abast, objectius i tasques del projecte per començar una planificació.
- Cerca d'antecedents i necessitats d'informació: Cerca de l'estat de l'art d'aquest problema de control així com informació i coneixements necessaris per al disseny dels controladors.
- Definició i plantejament de la solució: Marcar els objectius definits al capítol d'objectius i especificacions tècniques.
- Disseny i simulació:
  - Model matemàtic del sistema: A partir de treball amb equacions i l'eina Simulink es modelitzar e sistema dinàmic tant lineal com no lineal del pèndol invertit.
  - Diferents maneres de representar el sistema lineal i no lineal, necessaris per a tractar-los com un procés o planta alhora de realitzar el control.
  - Disseny dels Controladors: : Una de les tasques més importants i de més durada del projecte. Dissenyar els controladors proposats i simular-los fins a obtenir una resposta o resultats acceptables.
- Posada en marxa i resultats: Un cop els controladors generin respostes estables acceptables es procedirà a testear-los amb el sistema real.
- Entregues: Es marquen les dates d'entrega com a punts d'observació d'estat del projecte.

### 8.2 Llistat i dependències de tasques i programació

Definició de les tasques realitzades durant el desenvolupament del projecte, el seu ordre d'execució i les dependències.

Codi	Nom de la tasca	Hores	Data inici	Data final	Predecessors
1	Cerca d'antecedent i necessitats d'informació	65	2/1/22	24/1/22	
2	Definició plantejament de la solució	55	24/2/22	14/2/22	1
4	Model matemàtic del sistema	20	28/2/22	16/3/22	2
5	Representació en espai d'estats i bloc no lineal	35	17/3/22	4/4/22	3
6	Disseny dels 4 controlador proposats	210	28/3/22	27/5/22	4
7	Entrega avantprojecte		11/2/22	11/2/22	1;2;3;4
8	Posada en marxa i resultats	60	30/5/22	10/6/22	1;2;3;4;5
9	Entrega memòria intermèdia		22/4/22	22/4/22	1;2;3
10	Elaboració de documentació del projecte	55	20/1/22	10/6/22	
11	Entrega TFG		11/6/22	11/6/22	1;2;3;4;5;7

Taula 8.1: Anàlisi de dependències

La durada del projecte 500h que es reparteixen en les difunts tasques de la taula XXX. Seguidament es mostra diagrama de Gantt de la figura 7.39. Per elaborar-lo es té en compte el recurs EE (Estudiant Enginyeria) que realitzarà les tasques a una capacitat del 85 del seu horari, el 15% de la jornada el dedicarà a documentar i redactar el document si s'escau.

#### Punt de control 1: Avantprojecte:

La tasca del plantejament de la solució és va retardar respecte aquest primer punt. No obstant després es recupera el temps perdut per documentar el restant.

#### Punt de control 2: Memòria intermèdia:

En el punt dos es detecten error ens els models de la simulacions, cosa que retarden la fase final del disseny dels controlador així com la posada en marxa dels mateixos sobre el sistema real.

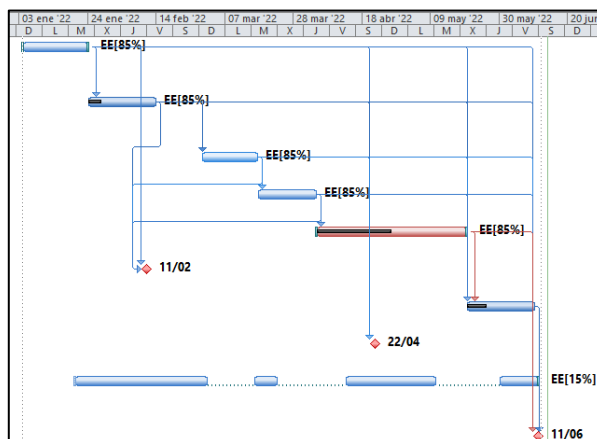


Figura 7.39: Diagrama de Gantt



### 8.3 Pla de contingència

Seguidament es mostra els possibles riscos a tenir en compte en el projecte així com les accions a realitzar en cas que es produeixin, algun del inconvenients previstos.

Problemàtica	Consecuència	Gravetat	Acció correctiva
<b>Problema tècnic de funcionament a la Maqueta Feedback Inverted pendulum.</b>	Incapacitat de testejar cap controlador al sistema real	Alta	Es realitzarà una simulació més exhaustiva per tal de donar la resposta de simulació òptima per a cada controlador.
<b>Problema de processament del PC per als càlculs Matlab</b>	Incapacitat de simular amb una durada temps lògic	Mitja	Re-modelat del sistema per reduir les operacions del diagrama de blocs i així agilitzar el càlcul computacional de Matlab
<b>Falta de coneixement i/o eines de disseny</b>	Incapacitat de dissenyar un controlador que estabilitzi el sistema	Alta	Entrega dels diferents resultats comparatius de les diferents proves realitzades amb el controlador.

Taula 8.2 Pla de contingència

\*

## 9. ANÀLISI DE VIABILITAT

### 9.1 Viabilitat tècnica

Es tracta d'un projecte d'investigació dins del camp del control digital de sistemes, així doncs la viabilitat tècnica es pot definir com els materials necessaris per assolir els diferents objectius descrits al apartat 4. Objectius i especificacions tècniques del present projecte:

#### 9.1.1 Materials emprats:

A continuació s'exposen els materials i objectes que conformen el projecte amb els corresponents preus unitaris:

- Software MATLAB (x1) versió: Matlab\_R2020
- MATLAB™ Toolboxes, referència[12] :
  - *Simulink* (x1): Necessari per al disseny i visualització en blocs del sistema
  - *Control System* (x1): Necessari per especificar el sistema com una funció de transferència, com un sistema en espai d'estats, zeros, pols i guany o model de resposta en freqüència. Analitzar i visualitzar el comportament del sistema en els dominis del temps i de la freqüència. És necessari per al disseny d'un controlador LQR.
  - *System Identification* (x1): Proporciona funcions de Matlab, blocs de Simulink (comentat anteriorment) i una aplicació per crear models matemàtics de sistemes dinàmics a partir de dades d'entrada i sortida mesurades.
  - *Simulink Desktop Real-Time* (x1): Necessari per a connectar-ho a sistemes físics i determinats dispositius de E/S (entrada/sortida). Proporciona un *kernel* (distribució no paramètrica de la funció de densitat de probabilitat d'una variable) en temps real per executar models de Simulink en un ordinador portàtil o sobretaula.
  - *MATLAB Coder* (x1): Necessari per a generar codi C i C++ a partir de còdigo Matlab per a diverses plataformes i sistemes de hardware. Pot integrar el codi generat en els projectes per a codi fonts, llibreries estàtiques i llibreries dinàmiques.
  - *Simulink Coder* (x1): Necessari per a generar codi C i C++ a partir de diagrames de Simulink, funcions de Matlab i diagrames d'estat de flux.
  - Fuzzy Logic Control (x1): Necessària per a proporcionar funcions de Matlab, aplicacions i un bloc de Simulink per analitzar, dissenyar i simular sistemes de control basats en lògica difusa. Inclou Mètodes com el *clustering* difós així com el *aprenentatge neuro difós adaptatiu*,
- Software Microsoft Office 365 (x1) versió: Office 2020: Necessari per a l'elaboració del document, creació de taules, així com per a la creació de presentacions per a la defensa del tribunal.

- Software Microsoft Project (x1) versió: 2020 Necessari per a la planificació del projecte.
- Maqueta FeedBack 33-005-PCI (x1):
  - o Ordinador amb PCI card: encarregat de transmetre i rebre les dades i el disseny de control
  - o Controlador del pèndol digital: necessari per a que es pugui realitzar el control.
  - o Carro, Corretja i peus ajustables
  - o Pista amb sensors de finals de cursa: Delimiten el rang de moviment del carro
  - o Actuador Motor DC: encarregat d'actuar sobre el moviment del carro
  - o Barres del pèndol amb pes
  - o Encordes Òptics HTLC.2016ICs:Necessaris per l'adquisició de dades del pèndol.
  - o Encordes Òptics HTLC.2016Ics
  - o Connexions i cables
- PC Dell (laboratori)(x1) + Monitor Dell (laboratori)(x1): Necessaris per a la posta en marxa de les estratègies de control proposades.
- Ordinador portàtil MacBook Air (x1): Necessari per a la fase de recerca, disseny i simulació dels controladors així com l'elaboració del informe.

### 9.1.2 Plantejament i generació de solucions alternatives:

En aquest apartat es considera i avalua les diferents alternatives tant de software de programació i simulació per al problema del pèndol invertit sobre el carro. Es consideren diferents punts tècnics així com de coneixements dels mateixos per justificar la selecció de l'alternativa idònia pel desenvolupament del projecte. Dels diferents programes de computació numèrica i simulació de sistemes, es destaquen els analitzats en la taula següent

Software	Llenguatge programació	Llenguatge de codi obert	Per sistemes Lineals i no lineals	Entorn de simulació	Velocitat de càlcul	Compatible Maqueta Feedback Pendulum
MATLAB	C, C++ i Java	No	Si	Simulink	Alt	Si
SciLab	C, C++ i Fortrant	Si	Si	Xcos	Mitja	No
GNU Octave	C, C++ i Fortrant	Si	No	No	Mitja	No

Taula 9.1 : Alternatives de software simulació

La selecció de la solució de software Matlab és bàsicament imposada per l'ús d'utilització de la maqueta Feedback Digital Pendulum que treballa en un entorn de simulació i connexió amb Matlab.

Per el cas del control digital de sistemes, en la teoria i literatura de control clàssica i moderna per a control de sistemes discrets lineals i no lineals es destaquen i s'utilitzen primordialment els següent controladors que seran utilitzats per el desenvolupament del projecte:

- Controlador Proporcional: Utilitzat en el projecte per el control per retorn d'estat i el control quadràtic lineal LQR.
- Controlador Proporcional Derivatiu:
- Controlador Proporcional Integral:
- Controlador PID (Combinació dels anteriors): Utilitzat per el control PID del pèndol i del carro
- Controladors de xarxa neuronal. Utilitzat per el control Fuzzy del pèndol i del carro.
- Existeixen altres com el control predictiu MPC, que treballa de manera similar a un retorn d'estat amb observador.

## 9.2 Viabilitat econòmica.

Els pressupost es dividirà en tres capítols referents al cost d'elaboració del projecte, costos materials utilitzats i les amortitzacions al final de l'any. Tenint en compte un 20% dels costos indirectes de cada capítol. Sense tenir en compte el cost unitari maqueta Feedback Digital Pendulum 33-936S propietat del TecnoCampus Mataró Maresme així com el cost de consum elèctric. Es considera proporcionat per el client.

### 9.2.1 Amidaments

El present capítol recull els amidaments corresponents a l'enginyeria (disseny i desenvolupament de la solució) i els materials emprats en la realització del prototip.

Capítol I: Elaboració del projecte		
Codi	Descripció	Parts iguals
1.1	Hores de projectista destinades a la cerca d'antecedents i informació prèvia diversa	65
1.2	Hores de projectista destinades a la definició i plantejament de la solució	55
1.3	Hores de projectista destinades al desenvolupament i disseny de la solució dels controladors	265
1.4	Hores de projectista destinades posada en marxa en la maqueta Feedback Digital Pendulum	60
1.5	Hores de projectista destinades a l'elaboració escrita i edició dels documents del projecte	55

Taula 9.2 : Amidaments / Font: Elaboració pròpia

## 9.2.2 Materials

Materials emprats per al desenvolupament complet del projecte

Capítol II: Material		
HARDWARE		
Codi	Descripció	Parts iguals
2.1	Ordinador MacBook Air i5 2017	1
SOFTWARE		
Codi	Descripció	Parts iguals
2.2	Matlab 2020a	1
2.3	Simulink Toolbox	1
2.4	Control System Toolbox	1
2.5	System Identification Toolbox	1
2.6	Simulink Desktop Real-Time Toolbox	1
2.7	Matlab Coder Toolbox	1
2.8	Simulink Coder Toolbox	1
2.9	Simulink Compiler Toolbox	1
2.10	Fuzzy Logic Control Toolbox	1
2.11	Microsoft Office 365	1
2.12	Microsoft project 2020	1
VARIS		
Codi	Descripció	Parts iguals
2.13	Altres (Paper tinta)	1
2.14	Desplaçaments	1

Taula 9.3 : Material / Font: Elaboració pròpia

## 9.2.3 Quadre de preus

Quadre de preus de les hores del capítol I del pressupost

Capítol I: Elaboració del projecte		
Codi	Unitats	Preu unitari (€)
1.1	Hores	25
1.2	Hores	25
1.3	Hores	40
1.4	Hores	25
1.5	Hores	25

Taula 9.4 : Quadre de preus / Font: Elaboració pròpia

### 9.2.4 Capítol I Elaboració del projecte

Pressupost d'elaboració del projecte amb les hores d'enginyeria dedicades:

Capítol I: Elaboració del projecte				
COST D'ENGINYERIA				
Codi	Descripció	Unitats totals	Preu unitari	Import (€)
1.1	Cerca d'antecedent i necessitats d'informació	65	25	1625
1.2	Definició i plantejament de la solució	55	25	1375
1.3	Model matemàtic del sistema	20	40	800
1.4	Representació en espai d'estats i bloc no lineal	35	40	1400
1.5	Disseny dels 4 controladors proposats	210	40	8400
1.6	Posada en marxa a la maqueta	60	25	1500
1.7	Elaboració i documentació dels projecte	55	25	1375
COSTOS INDIRECTES				
1.6	Costos indirectes mà d'obra 20%			3295
TOTAL CAPÍTOL I				19770 €

Taula 9.5 : Cost cap.1 / Font: Elaboració pròpia

### 9.2.5 Capítol II Material

Despeses en concepte de materials necessaris:

Capítol II: Material				
COSTOS MATERIAL				
HARDWARE				
Codi	Descripció	Unitats totals	Preu unitari (€)	Import (€)
2.1	Ordinador MacBook Air i5 2017	1	1200	1200
2.2	Matlab 2020a	1	471.,21	471.,21

2.3	Simulink Toolbox	1	20	20
2.4	Control System Toolbox	1	20	20
2.5	System Identification Toolbox	1	50	50
2.6	Simulink Desktop Real-Time Toolbox	1	50	50
2.7	Matlab Coder Toolbox	1	50	50
2.8	Simulink Coder Toolbox	1	50	50
2.9	Model Predictive Control Toolbox	1	50	50
2.10	Fuzzy Logic Control Toolbox	1	20	20
2.11	Microsoft Office 365 Basic	1	149	149
2.12	Microsoft Project 2020	1	100	100
VARIS				
Codi	Descripció	Unitats totals	Preu unitari (€)	Import (€)
2.34	Materia d'oficina	1	30,00	30
2.35	Benzina desplaçaments	1	50	30
COSTOS INDIRECTES				
2.42	Costos indirectes de material (10%)			4209
TOTAL CAPÍTOL II (+5 % d'imprevistos)				2520 €

Taula 9.6 : Costos Cap 2 / Font: elaboració pròpia

### 9.2.6 Capítol III Amortitzacions

Segons la AEAT (Agència tributaria)[1] podem trobar el percentatge d'amortització:

- Sistemes i programes informàtics: 33% anual
- Equips electrònics: 20% anual.

Capítol III: Amortitzacions					
EQUIPS INFORMÀTICS I SOFTWARE					
Codi	Descripció	Cos Inv.	N (anys)		€/any
3.1	Ordinador	1200	5	20%	240
3.2	Software Matlab	478,21	3	33%	157,8
3.3	Toolbox Matlab (x8)	20 i/o 50	3	33%	102,3
3.3	Software Microsoft 365	149	3	33%	49,2
3.4	Software MS-Project	949	3	33%	313,2
TOTAL CAPÍTOL III					1937,61€

Taula 9.7 : Amortitzacions / Font :Elaboració pròpia



### 9.2.7 Pressupost total del projecte

PRESSUPOST		
Capítol	Descripció	€
1	Elaboració del projecte	19770
2	Materials	3815,6
3	Amortitzacions	-815,6
Total		22770
IVA (21 %)		4781,7
TOTAL FINAL		27551.7 €

Taula 9.8 : Pressupost total / Font: Elaboració pròpia

### **9.3 Viabilitat mediambiental**

En aquest apartat, tractar-se d'un projecte de programació i control digital, l'impacte mediambiental directe és pràcticament nul, degut a que durant tot el procés no s'utilitza ninguna matèria prima, tret del elements digitals especificats al anàlisi de viabilitat tècnica, i es realitza tot de manera digital.

Tots els possibles impactes indirectes (o a llarg termini) estarien associats a les despeses de construcció de la maqueta utilitzada, el desenvolupament del software, així com l'impacte del consum energètic durant la fase de recerca, disseny, simulació i posada en marxa.

En l'**Annex III**, es mostren les diferents taules de control referent als diferents impactes mediambientals, per així , poder realitzar una avaluació exhaustiva i concreta durant el desenvolupament del treball.

\*

## 10 Bibliografia

- [1] Roca, Miquel. *Apunts de control industrial*. Tecnocampus Mataró Maresme 2010
- [2] Ogata Katsuhiko. *Modern control engineering*. Pertince Hall. June 2012
- [3] Phillips, Charles L. *Sistemas de control digital*. Auburn University 1993
- [4] Feedback Instruments. Digital Pendulum control experiments 33-936s. 2017.
- [5] Skogestad, Sigurd. *Multivariable FeedBack Control*. Universitat de Leicester 2005
- [6] Dorf, Richard & Bishop, *Sistemas de control moderno*. Pearson Education 2005
- [7] [digibuo.uniovi.es/](http://digibuo.uniovi.es/), Acurio, Eliana. TFM: Rediseño y control con un PLC de un péndulo invertido, Julio 2014.
- [8] [dspace.ups.edu.ec](http://dspace.ups.edu.ec), Cifuentes, Carlos Luis, Diseño de un algoritmo de control para péndulo invertido simple. Guayaquil, Universidad politécnica salesiana, 2018.
- [9] [www.quanser.com/](http://www.quanser.com/), Quanser. Quanser engineering products.\_
- [10] [es.mathworks.com/products.html](http://es.mathworks.com/products.html) The MathWorks, Inc, Products and services 2022
- [11] [ctms.engin.umich.edu](http://ctms.engin.umich.edu), Control tutorials for Matlab & Simulink. Michichigan University & Cornegie Mellon University.
- [12] [virtual.cuautitlan.unam.mx](http://virtual.cuautitlan.unam.mx), Grupo de investigación en sistemas inteligentes, Universidad Nacional autónoma de México. Lógica difusa. 2018