

# Escola Universitària Politécnica de Mataró

Centre adscrit a:



UNIVERSITAT POLITÈCNICA  
DE CATALUNYA

**Grado en Ingeniería Mecánica**

**ARO DE BALONCESTO DE 180°**

**Memoria**

**Cesar San Agustín Campo**  
**Ponente: Pablo Genovese**

PRIMAVERA 2017



**TecnoCampus**  
**Mataró-Maresme**



## **Dedicatoria**

En primer lugar a mis padres y a mi tío José M<sup>a</sup> por su apoyo incondicional en todos los momentos de la carrera, también a mi mujer y a mis hijos por estar a mi lado en todo momento.

En segundo lugar a mi amigo Oscar Sistac Escuder que donde quiera que esté seguro que se alegra (1972-2016).

Por último a mis compañeros y en especial a Silvia Nualart Llobet que gracias a ellos el camino ha sido algo menos duro.



## **Agradecimientos**

A mi tutor Pablo Genovese por la constancia y el esfuerzo que me ha prestado, también a todos los profesores que durante toda la carrera he tenido pero en especial a Carles Paul y Albert Monté por su apoyo y hacerme tirar hacia adelante en los momentos más difíciles.



## **Resumen**

Este proyecto trata del análisis de una patente de un aro de baloncesto con la capacidad de flexión frontal y lateral destinado a clubes de baloncesto. Este aro tiene un mecanismo compuesto por dos muelles y una barra de torsión capaces de realizar movimiento frontal y lateral al realizar sobre él una fuerza ejercida por un jugador. Este aro de baloncesto es homologable por la federación internacional de baloncesto y se sitúa dentro de la gama alta del deporte del baloncesto al ser un producto de alta calidad y excelentes prestaciones.

## **Resum**

Aquest projecte tracta de l'anàlisi d'una patent d'un cèrcol de bàsquet amb la capacitat de flexió frontal i lateral destinat a clubs de bàsquet. Aquest cèrcol té un mecanisme compost per dos molls i una barra de torsió capaços de realitzar moviment frontal i lateral al realitzar sobre ell una força exercida per un jugador. Aquest cèrcol de bàsquet és homologable per la federació internacional de bàsquet i se situa dins de la gamma alta de l'esport del bàsquet en ser un producte d'alta qualitat i excel·lents prestacions.

## **Abstract**

This project deals with the analysis of a patent for a basketball hoop with the ability of frontal and lateral flexion intended for basketball clubs. This ring has a mechanism composed of two springs and a torsion bar capable of performing frontal and lateral movement when exerting on it a force exerted by a player. This basketball hoop is homologated to the international basketball federation and is located within the high range of the sport of basketball being a product of high quality and excellent performance.





## Índice.

Índice de figuras. ....	III
Índice de tablas. ....	V
Glosario de términos.....	VII
1. Objetivos. ....	1
1.1 Propósito. ....	1
1.2 Finalidad. ....	1
1.3 Objeto.....	1
1.4 Alcance. ....	1
2. Antecedentes y necesidades de información.....	3
2.1 Marco conceptual.....	3
2.2 Historia del aro de baloncesto.....	4
2.3 Tipos de aros.....	5
2.4 Estudio del material. ....	7
2.5 Mecanismo del aro basculante.....	10
2.6 Estudio de patentes. ....	11
2.7 Normativa y legislación.....	12
3. Objetivos de detalle y especificaciones técnicas.....	15
3.1 Análisis de la patente.....	16
3.1.1 Descripción.....	16

3.1.2 Estructura. ....	17
3.1.3 Resortes de basculación. ....	19
3.1.4 Mecanismo de torsión. ....	20
4. Cálculos del proyecto. ....	23
4.1. Barra de torsión. ....	23
4.2. Pasador de sujeción. ....	29
4.3. Resortes. ....	30
4.4. Soldadura. ....	35
4.5. Tornillos. ....	38
5. Desarrollo de la solución y análisis de resultados. ....	41
5.1 Análisis de resultados. ....	41
6. Planificación. ....	43
7. Impacto medioambiental. ....	49
8. Conclusiones. ....	53
9. Referencias. ....	55

## Índice de figuras.

Figura 2. 1: Dr. James Naismith. ....	4
Figura 2. 2: Aro macizo (Ref. 0012968) .....	5
Figura 2. 3: Aro basculante de 3 muelles (Ref. 0012972).....	6
Figura 2. 4: Aro anti-vandálico (cod. 22300) .....	7
Figura 3. 1: Aro de baloncesto, Facci S.N.C. ....	17
Figura 3. 2: Caja de mecanismo, Facci S.N.C. ....	18
Figura 3. 3: Vista lateral mecanismo, Facci S.N.C. ....	18
Figura 3. 4: Resortes mecanismo, Facci S.N.C. ....	19
Figura 3. 5: Mecanismo de torsión, Facci S.N.C.....	21
Figura 4. 1: Esquema aro-mecanismo. ....	23
Figura 4. 2: Diámetros y longitud de la barra de torsión.....	24
Figura 4. 3: Barra de torsión en solidworks.....	26
Figura 4. 4: Malla de la simulación .....	27
Figura 4. 5: Simulación y tabla de deformación unitaria equivalente (ESTRN).....	27
Figura 4. 6: Gráfica esfuerzo-deformación del acero. ....	28
Figura 4. 7: Corte de la simulación de la barra de torsión.....	28
Figura 4. 8: Agujero para el pasador. ....	29
Figura 4. 9: Datos resorte. ....	31
Figura 4. 10: Resortes helicoidales de compresión. ....	34

Figura 4. 11: Vista de la soldadura.....	37
Figura 4. 12: Longitudes y fuerzas en el aro-mecanismo. ....	38
Figura 6. 1: Diagrama de Gantt.....	46
Figura 6. 2: Diagrama de Gantt de la ejecución.....	48

## Índice de tablas.

Tabla 2. 1: Aceros certificados. ....	8
Tabla 2. 2: Composición química del acero .....	9
Tabla 3. 1: Especificaciones técnicas. ....	16
Tabla 4. 1: Aceros de gran resistencia. ....	25
Tabla 4. 2: Tabla de materiales. ....	33
Tabla 4. 3: Métrico de tornillos según área de esfuerzo por tensión. ....	39
Tabla 4. 4: Especificaciones métricas. ....	40
Tabla 6. 1: Planificación del proyecto. ....	45
Tabla 6. 2: Listado de tareas ejecutadas. ....	47
Tabla 7. 1: Acciones impactantes (medio ambiente). ....	50
Tabla 7. 2: Factor ambiental (medio ambiente). ....	51



## Glosario de términos.

ABA:	Asociación de Baloncesto Americana.
AENOR:	Asociación Española de Normalización y Certificación.
Cev:	Carbono equivalente.
CTE:	Código Técnico de la Edificación.
EEUU:	Estados Unidos.
ESTRN:	Deformación unitaria equivalente.
FIBA:	Federación Internacional de Baloncesto.
MEF:	Método de elementos finitos.
NBA:	National Basketball Association.
QFD:	Casa de la Calidad (gestión de la calidad).
UNE:	Una Norma Española.
YMCA:	Asociación Cristiana de Jóvenes.
$\tau$	Torsor.
J	Momento lineal de inercia.
$\theta$	Angulo de torsión.
Sys	Resistencia a la fluencia al corte.
Sut	Resistencia última.
n	Coefficiente de seguridad.
k	Pendiente de una curva de fuerza-deflexión.

*VIII*

N            Newton.

mt          Momento torsor.



# **1. Objetivos.**

## **1.1 Propósito.**

El propósito del presente proyecto es el estudio y cálculo de un aro de baloncesto que incorpora un mecanismo con capacidad de flexión tanto frontal como lateral al realizar una fuerza sobre él.

## **1.2 Finalidad.**

Realizar el proceso de desarrollo del producto, estudiar y calcular todas las partes del mecanismo de un aro de baloncesto mediante las herramientas adecuadas incluyendo las innovaciones tecnológicas que añaden valor al mismo.

## **1.3 Objeto.**

En este proyecto se pretende estudiar el mecanismo de un aro de baloncesto sacado de una patente, el cual tiene la peculiaridad de flexionarse, tanto frontal como lateralmente al realizar una fuerza sobre él. Es un producto destinado a clubes de baloncesto ya que su principal objetivo es evitar lesiones a los jugadores al efectuar un mate desde cualquier ángulo al que se le propine una fuerza. Es homologable por la federación internacional de baloncesto (FIBA en adelante) ya que cumple con toda la normativa vigente.

## **1.4 Alcance.**

El alcance del proyecto incluye características de diseño del mecanismo del aro, análisis y estudio de materiales relacionados con los esfuerzos que se generan en el material cuando este se somete a esfuerzos externos. Cabe mencionar que el presente proyecto no incluirá la realización de ningún prototipo.



## **2. Antecedentes y necesidades de información.**

Este proyecto desarrolla el estudio de un mecanismo para un aro de baloncesto el cual permite realizar al aro una flexión, tanto si la fuerza del jugador viene por la parte frontal como si dicha fuerza viene por la parte lateral del mismo. Este mecanismo tendrá un mantenimiento mínimo ya que conforma un diseño sencillo.

El proyecto no abarcará la realización de prototipos ni instalaciones anexas al mecanismo y al aro, como por ejemplo la instalación en el tablero.

Los principales clientes interesados en la adquisición de este tipo de aros de baloncesto serán clubes de baloncesto dedicados principalmente a la competición de dicho deporte.

A través del estudio de mercado y de las patentes se ha podido observar que el enfoque que le dan a los aros de baloncesto basculantes es principalmente la flexión frontal, referente a la posibilidad de añadir la flexión lateral, prácticamente solo existe alguna patente pero con el mecanismo del aro demasiado complejo y en consecuencia con un mantenimiento elevado y una posibilidad de rotura de alguna pieza del mecanismo bastante elevada. La idea que persigue este proyecto es la realización de un estudio exhaustivo del mecanismo y de sus materiales relacionados con una patente. Esta patente se ha escogido por ser un trabajo de la profesión de ingeniero y por la seguridad que tiene este tipo de mecanismo para evitar que el jugador, al realizar una fuerza lateral colgándose del aro, dicho aro no se deforme y pueda volver a su posición inicial de forma instantánea, este sistema también evita posibles lesiones a los jugadores que realicen dicha fuerza lateralmente. [1]

Para poder hacer todos los cálculos y adecuar todas las especificaciones técnicas a la normativa vigente se ha necesitado hacer uso de una bibliografía especializada, normativa de referencia y páginas webs de fabricantes, las cuales aparecen referenciadas en el presente documento y que se pueden ver de forma directa en el apartado 9.

### **2.1 Marco conceptual.**

El Baloncesto nació en 1891 en Estados Unidos, concretamente en la Universidad de Springfield (Massachusetts), donde se estudiaba la carrera de Educación Física y se impartían cursos prácticos de atletismo, rugby, ciclismo y gimnasia.

James Naismith, profesor de Educación Física, quiso crear un deporte de equipo que se pudiera practicar en el gimnasio durante el frío invernal. Después de analizar los deportes que se practicaban en aquel momento, como el rugby, el fútbol, el béisbol, etc., redactó once normas de un juego, que hoy se conoce como el baloncesto.



Figura 2. 1: Dr. James Naismith.

Fuente: galeon.com

Naismith colocó dos cestas de melocotones clavadas en los extremos de una pista, a 3'05 m del suelo. De aquí surgió el nombre de basketball (baloncesto), palabra compuesta inglesa que define el objetivo del juego: introducir la pelota dentro de una cesta.

El baloncesto en la actualidad cuenta con una gran difusión en diferentes países de todo el mundo, siendo uno de los deportes con más participantes y competiciones regulares en distintas zonas y países del mundo. En Estados Unidos, se disputa la National Basketball Association (NBA en adelante), considerada la mejor competición mundial de baloncesto de clubes.

La línea de tres puntos (triple) se probó en Estados Unidos en 1933. Sin embargo, no sería adoptada por la Asociación de Baloncesto Americana (ABA en adelante) hasta el año 1968, llegando a la NBA en la temporada 1979-80. En el baloncesto FIBA habría que esperar hasta 1984 para que formara parte de su reglamento. [2]

## **2.2 Historia del aro de baloncesto.**

El aro de la cesta de melocotón fue reemplazado por un aro de metal y malla alrededor de una década después de que el deporte fue inventado.

La red estaba cerrada en la parte inferior por lo que al igual que la canasta de durazno, los jugadores tenían que subir y recuperar el balón de la red cada vez que alguien anotaba un tanto. Sin embargo, para 1906, el fondo de la red fue cortada para que la pelota cayera por el aro.

Las primeras pelotas de baloncesto modernas fueron hechas de piezas de cuero cosidas con una vejiga de goma en el interior. [2]

## 2.3 Tipos de aros.

Dentro del mercado existen diferentes tipos de aros como son los aros fijos y los aros basculantes.

- Aro fijo: está compuesto por un aro cuya base o soporte con el tablero están soldados de manera que no tienen movimiento. La sujeción con el tablero se realiza mediante cuatro tornillos. Para conseguir una mayor rigidez tienen soldados unos soportes o nervios de acero macizo a 45° desde la base hasta el aro, de manera que le dan al aro mayor robustez. Estos aros son los más sencillos del mercado pero tienen las dimensiones reglamentarias que marca la FIBA.

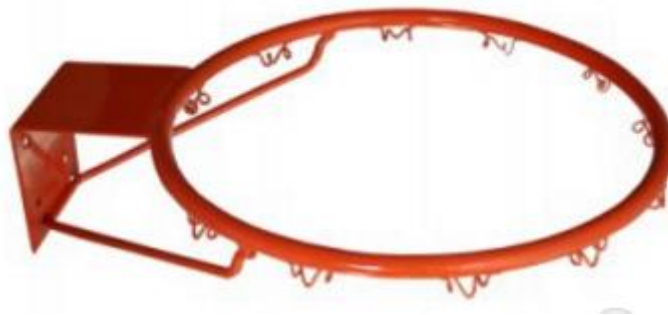


Figura 2. 2: Aro macizo (Ref. 0012968)

Fuente: fisaude.com

- Aro basculante: los aros basculantes disponen de un mecanismo de 2 o 3 muelles que permiten una amortiguación al generarse un impacto de forma frontal, en el caso de la figura 2.3 estos aros llevan un mecanismo de 3 muelles, son aros de grandes prestaciones dentro del ámbito del baloncesto profesional. También están compuestos con un refuerzo mediante una chapa de acero macizo la cual

proporciona al aro una mayor robustez. Su sujeción al tablero la realizan mediante cuatro tornillos.

Están compuestos por 12 ganchos equidistantes anti-lesión para la fijación de la red y tienen las dimensiones reglamentarias que marca la FIBA.

Estos aros son los utilizados tanto en competiciones europeas como en la liga de baloncesto de los EEUU.



Figura 2. 3: Aro basculante de 3 muelles (Ref. 0012972)

Fuente: fisaude.com

- Aro anti-vandálico: posee unas características algo diferentes a los mencionados anteriormente ya que son aros utilizados principalmente para campos de baloncesto ubicados en el exterior, destinados a parques públicos. Tienen las medidas reglamentarias de la FIBA. La sujeción al tablero la hacen mediante cuatro tornillos y están compuestos por un tubo macizo reforzado con una pletina perimetral sin sistema de colocación de red. Este tubo tiene un diámetro de 20 mm. El diámetro exterior del aro es de 48 cm. No son aros que se utilizan en competiciones deportivas de alto nivel. [3]

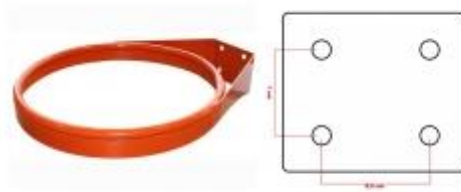


Figura 2. 4: Aro anti-vandálico (cod. 22300)

Fuente: Dalter.com

## 2.4 Estudio del material.

- Introducción

En este apartado se realizará un estudio referente al material utilizado para la fabricación de los aros de baloncesto y sus componentes, es necesario saber las características del material utilizado, en este caso, es el que marca la normativa vigente (UNE-EN 10025-2) el acero S 235 JR. Este tipo de acero también es utilizado para otros fines como son los perfiles estructurales. En base a esto, el presente proyecto se basará en el Código Técnico de la Edificación (CTE en adelante) para desarrollar este apartado. [4], [5].

- Características mecánicas del material

Los tipos de acero se establecen en función de sus características mecánicas y se identifican mediante un número que indica el valor mínimo garantizado del límite elástico, expresado en N/mm<sup>2</sup>.

El grado está determinado por el valor de la energía absorbida en el ensayo de flexión por choque (resiliencia) y por la soldabilidad.

La designación de los aceros laminados en caliente para perfiles estructurales de uso general se indica en la norma UNE-EN 10025-2. De acuerdo con esta designación, los tipos y grados de acero certificados son los siguientes:

Tipo	Grado	Designación
S 235	JR	<b>S 235 JR</b>
	J0	S 235 J0
	J2	S 235 J2
S 275	JR	S 275 JR
	J0	S 275 J0
	J2	S 275 J2
S 355	JR	S 355 JR
	J0	S 355 J0
	J2	S 355 J2

Tabla 2. 1: Aceros certificados.

Fuente: apabcn.cat

Para realizar la certificación de los materiales se especifican las siguientes características que conforman la Norma UNE-EN 10025-2.

- Composición química.
- Carbono equivalente.
- Características mecánicas.
- Resiliencia.
- Características geométricas, dimensionales, de forma y peso.

La norma UNE EN 10025-2 se refiere a productos laminados en caliente, de acero no aleado, para construcciones metálicas en general. En el proceso de laminación en caliente el acero se calienta hasta temperaturas de 1200 a 1300°C, posteriormente se pasa por trenes de rodillos que dan la forma adecuada al acero. La laminación en caliente mejora las propiedades mecánicas del acero.



A continuación se muestra una tabla con la composición química del acero S 235 JR, donde el grado “FN” es el grado de desoxidación en el cual no se permite acero “efervescente” (acero de bajo contenido en carbono y no desoxidado durante el enfriamiento desde el estado líquido, por lo que se produce monóxido de carbono que se desprende parcialmente provocando efervescencia al mismo tiempo que actúa como reductor, facilitando las operaciones posteriores de soldadura, forja o laminación).

Designación	Grado	% C	% Mn	% Si	% P	% S	% N	% Cu
S 235 JR	FN	0.19	1.50	-	0.045	0.045	0.014	0.60

Tabla 2. 2: Composición química del acero

Fuente: Asociación para la promoción técnica del acero.

Una de las características más importantes en los aceros utilizados en la construcción y desarrollo de piezas es la soldabilidad. Solamente se requiere la adopción de precauciones en el caso de uniones entre chapas de gran espesor, de espesores muy desiguales, o en condiciones difíciles de ejecución. Para aceros distintos a los aquí relacionados, la soldabilidad se puede evaluar mediante el parámetro carbono equivalente ( $C_{ev}$  en adelante), que se define como:

$$C_{ev} = C + \frac{Mn}{6} + \frac{Cr+Mo+V}{5} + \frac{Ni+Cu}{15} = <0,41 \quad (2.1)$$

En relación con el acero S 235 JR el valor según el grosor del aro de baloncesto equivale a 0,35 de contenido máximo en carbono equivalente, basado en el análisis de la colada.

Las siguientes características son comunes a todos los aceros:

- Módulo de Elasticidad (E) 210.000 N/mm<sup>2</sup>.
- Módulo de Elasticidad Transversal (G) 81.000 N/mm<sup>2</sup>.
- Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) 0,3.
- Coeficiente de dilatación térmica ( $\alpha$ )  $1,2 \times 10^{-5}$  (°C)<sup>-1</sup>.

➤ Densidad ( $\rho$ ) 7.850 kg/m<sup>3</sup>.

- Material de los resortes.

El material de los resortes es el acero AISI 1085, también llamado alambre de piano, tiene una característica especial con diferencia a los otros aceros y es su límite elástico, que a diferencia con el acero S 235 JR, que tiene un límite elástico de 235 N/mm<sup>2</sup>, el acero AISI 1085 lo tiene de 984 N/mm<sup>2</sup>.

Esta característica hace que su uso para el desarrollo de resortes sea ideal ya que es resistente a la tracción y más resistente a la fatiga, teniendo un rango de temperatura de trabajo de 0 a 120°C. [6]

## 2.5 Mecanismo del aro basculante.

Para un buen desarrollo del aro de baloncesto se debe realizar una buena elección del material y componentes del mecanismo, los cuales serán incorporados en el propio aro. Su función básica es la de tener una flexión frontal y lateral al ejercerse sobre el aro una fuerza, esto elimina posibles lesiones a los jugadores al no impactar directamente con una superficie rígida.

El aro desarrollado es principalmente para clubes de baloncesto que se dediquen a competiciones de alto nivel, por ello, se escogen los materiales más apropiados para dicho fin. En este caso el material que se utilizará para dicho proyecto es el acero sólido S 235 JR, es un material muy resistente a los impactos y la normativa vigente obliga a que para la fabricación de aros de baloncesto homologables sea este material. Seguidamente, una vez elegido el material que mejor se adapta, se elige el tipo de mecanismo, el cual está compuesto por una caja que tapa todo el mecanismo para la seguridad de los jugadores, dicha caja incorpora dos muelles que hacen la función de flexión frontal, y una barra de torsión que realizará el movimiento lateral.

Los resortes necesarios trabajan a la compresión y van sujetos mediante tornillos a una pletina situada dentro de la caja de mecanismo. Serán de cuerda de piano de acuerdo con la norma AENOR EN 10270-3.

Para la elección del mecanismo que realiza el movimiento lateral se hará un estudio del material y cálculo de la barra de torsión.

Toda la parte de la carcasa del mecanismo, incluyendo el aro, irá pintada con pintura vitrificable al horno de color naranja como marca la normativa de la FIBA. Esta pintura al hornearse endurece cristalizándose siendo ideal para materiales no porosos.

## **2.6 Estudio de patentes.**

Este apartado se ha fundamentado en el estudio de invenciones previas, es decir el llamado estado del arte, con el fin de no vulnerar ninguna invención hecha previamente ni tampoco realizar trabajo en vano. Por otra parte el estudio de patentes puede desarrollar un conocimiento sobre los antecedentes que permitan formular y realizar unas reivindicaciones innovadoras.

Para realizar la búsqueda de patentes se ha establecido una metodología con el ánimo de obtener una información más ordenada y útil para las necesidades de información del proyecto.

- Búsqueda de información.

Una vez encontrada la información se ha llevado a cabo una clasificación internacional para encontrar su ubicación. Determinar el estado y la antigüedad de la patente también ha sido importante ya que se han buscado las más cercanas a nuestros días.

Una vez obtenidas las patentes más interesantes se ha procedido al análisis de la información en tres puntos identificativos:

- Descripción de la patente.
- Figuras ilustrativas.
- Reivindicaciones de la patente.

De esta manera se han podido obtener ideas más claras para la realización del proyecto.

Las patentes consultadas se engloban dentro del código internacional A63B 63/08 y han sido las más consultadas, entre otras, las siguientes:

- ES 1 003 440 U
- ES 1 004 521 U
- ES 1 028 090 U
- ES 2 436 205 T3
- MX-PA04008591\_A

Para el desarrollo del proyecto se va a analizar la patente ES 2 436 205 T3 cuyos inventores han sido FACCI, NICOLA y FACCI, DANIELE, llevando a cabo el desarrollo de un aro de baloncesto con flexión frontal y lateral realizado principalmente mediante dos resortes y una barra de torsión. La idea de desarrollar una patente es un trabajo de la profesión de ingeniero. [7]

## **2.7 Normativa y legislación.**

Para la correcta ejecución de este proyecto hay que prestar especial atención a todo el marco normativo que lo rodea, debido a que se quiere realizar el estudio de un producto que cumpla con la normativa de la FIBA y en consecuencia homologado. [8]

Las normativas son necesarias para lograr un producto de la calidad deseada, son documentos establecidos por consenso y aprobados por un organismo reconocido donde se especifican las características, tipo de los productos, calidad, procedimiento, almacenamiento, etc., y proporcionan las reglas y directrices generales para las actividades y usos.

Este proyecto se basa en la normativa española UNE-EN 1270 que es la que marca como títulos:

- Equipos de campos de juego
- Equipos de baloncesto
- Requisitos funcionales y de seguridad
- Métodos de ensayo

Esta norma es la versión oficial de la Norma Europea 1270 (EN en adelante) de octubre del 2005, y que todavía está vigente.

Esta norma ha sido elaborada por el Comité Técnico de Deportes, Campos de Juego y otros Equipos de Recreo cuya secretaría desempeña la Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR en adelante).

Esta norma europea especifica los requisitos funcionales y los de seguridad de los equipos de baloncesto y no es aplicable a los equipos de baloncesto utilizados por particulares que se consideran cubiertos por la EN 71/1, ni a los equipos de lanzamiento de balón.

Según la normativa los aros de baloncesto deben fabricarse de acero sólido. De al menos S 235 JR. Como se especifica en la Norma EN 10025, a continuación se explica el tipo de acero que se emplea:

S: simbología del acero

235: valor mínimo garantizado del límite elástico en mega pascales (MPa en adelante).

JR: Características de flexión por choque en Julios, en este caso 27 Julios a una temperatura de ensayo de 20°C.

Las siguientes características son comunes a todos los aceros:

- Módulo de Elasticidad E 210.000 N/mm<sup>2</sup>
- Módulo de Elasticidad Transversal (G) 81.000 N/mm<sup>2</sup> (Mpa)
- Coeficiente de Poisson  $\nu$  0,3
- Coeficiente de dilatación térmica  $\alpha$   $1,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- Densidad ( $\rho$ ) 7.850 kg/m<sup>3</sup>

Para los aros basculantes después de liberarlos y en ausencia de carga deben instantáneamente volver a su posición inicial. Los aros no deben romperse ni presentar deformación permanente de más de 10 milímetros (mm en adelante).

Los aros basculantes deben satisfacer los requisitos siguientes:

- No debe haber huecos entre el soporte y el aro que sean susceptibles de crear un riesgo de aprisionamiento.
- El mecanismo de flexión no debe de flexionar hasta que una carga estática de 1050 Newton (N en adelante) se aplique sobre el aro en el punto más alejado del tablero.
- En posición flexionada la ubicación del mecanismo de flexión y de la fijación no debe comportar huecos de más de 8 mm.
- En posición flexionada el aro no debe descender más de 30° de su posición horizontal inicial. [9]

### 3. Objetivos de detalle y especificaciones técnicas.

Este proyecto se basa en el estudio del mecanismo de un aro de baloncesto para clubes dedicados a dicho deporte de competición, con el fin de alcanzar el objetivo principal se marcan diferentes objetivos específicos que llevarán a la realización del proyecto, estos objetivos se indican a continuación junto con sus especificaciones técnicas.

Concepto	Especificaciones técnicas
Función	Aro de baloncesto con mecanismo de flexión frontal y lateral.
Dimensiones	<p>Diámetro del aro: 450 mm de interior (normativa FIBA).</p> <p>Grosor aro: 20 mm con 12 anclajes alrededor para la sujeción de la red.</p> <p>Caja de mecanismo de 150 x 150.</p> <p>2 resortes: longitud de 129 mm (características en el apartado cálculos).</p> <p>1 barra de torsión de 90 mm de longitud (características en el apartado cálculos).</p> <p>Platina trasera: grosor 10 mm con 4 tornillos M10 de 150 mm<sup>2</sup> para su fijación en el tablero.</p>
Movimientos	Flexión frontal y lateral.
Energía	Accionamiento mecánico.
Materiales	<p>Acero S 235 JR para carcasa y aro.</p> <p>Acero AISI 1085 para los resortes.</p> <p>Acero aleado de alta resistencia (temple + revenido) grupo F-1300 para la barra de torsión.</p> <p>Pintura vitrificable al horno de color naranja.</p>
Vida útil y mantenimiento	Al ser un producto realizado con materiales de alta resistencia la vida útil es de 10 años con fiabilidad del 99%. El mantenimiento se realizará mensualmente para descartar anomalías.
Seguridad	Seguridad a los jugadores al no golpear con un aro fijo y evitar lesiones.
Impacto ambiental	Sí que tiene un impacto ambiental en la fabricación del acero ya que produce aguas residuales y emisiones atmosféricas. No en su caso a nivel del final de su vida útil ya que este producto es reciclable y lo gestionarán

Concepto	Especificaciones técnicas
	empresas especialistas para tal fin.
Aspectos legales	Cumplimiento de la normativa vigente UNE-EN 1270. [8] Dimensiones y material según marca la normativa de la FIBA. [9]

Tabla 3. 1: Especificaciones técnicas.

Fuente: Elaboración propia

## 3.1 Análisis de la patente.

### 3.1.1 Descripción.

Dentro de este apartado se describe el ámbito de la invención referida al mecanismo de un aro de baloncesto que permite la inclinación tras aplicársele una carga imprevista.

Las cargas accidentales que pueden producirse son las que realiza un jugador cuando encesta el balón impactando en el aro, o también cuando tras un mate el jugador agarra el aro y se cuelga de él.

Este tipo de fuerza ejercida sobre el aro si no se absorbe y se disipa adecuadamente puede producir una deformación permanente en el aro y en casos graves conllevar a la rotura del tablero, que normalmente es de vidrio.

En el mercado existen diferentes tipos de aros flexibles o basculantes pero con una serie de limitaciones:

- Construcción compleja.
- Alto coste.
- Mantenimiento continuado o excesivo.

Estos inconvenientes han conllevado a llegar a una solución respecto a una mayor seguridad y un rendimiento de las instalaciones más óptimas.



Las cestas actuales están generalmente equipadas con unos resortes que permiten que las cestas (tras aplicárseles una carga excesiva) basculen hacia abajo para posteriormente volver a su posición horizontal. Estos resortes, u otro dispositivo elástico equivalente, son suficientes para responder a una presión aplicada a la parte del aro que queda más abajo del tablero, pero no resulta adecuado si la misma presión se aplica en la parte intermedia del aro o en la parte más cercana al tablero.

El aro de esta patente se compone esencialmente de una estructura de base, unida al tablero, y de una pieza basculante a la que se fija el aro, con la pieza basculante encajada en la estructura base para bascular hacia abajo en un eje paralelo al tablero, donde este movimiento es contrarrestado por la acción de uno o más muelles, y con la pieza basculante encajada a la estructura base para bascular hacia abajo en un eje ortogonal al tablero, con este movimiento contrarrestado por la acción de una barra de torsión.

Esta configuración es tal que permite una construcción más simple y un tamaño más compacto.

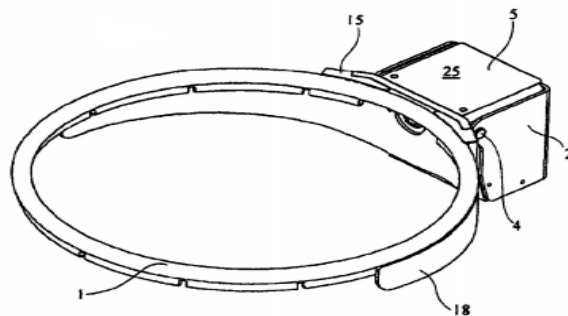


Figura 3. 1: Aro de baloncesto, Facci S.N.C.

Fuente: Patente ES 2 436 205 T3

### 3.1.2 Estructura.

La estructura base consta de una placa fijada en forma de C, la cual está fijada al tablero en su centro, en el extremo libre de las alas de la placa en la parte superior hay un alojamiento para el encaje de una placa de soporte que forma parte de la pieza que bascula (25).

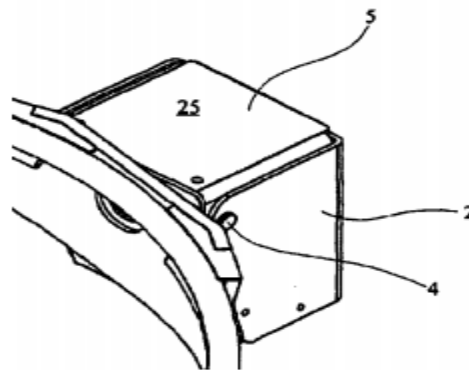


Figura 3. 2: Caja de mecanismo, Facci S.N.C.

Fuente: Patente ES 2 436 205 T3.

La parte de arriba que bascula (5) sigue un eje paralelo al tablero entre la placa fijada y la placa de soporte, la cual permite que el aro bascule hacia abajo.

Los remaches laterales (4) están fijados de manera que actúan como bisagras los cuales están ubicados en la parte exterior.

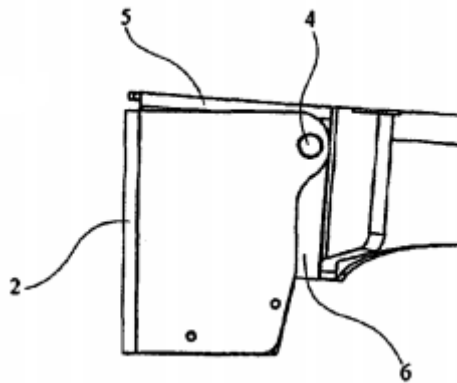


Figura 3. 3: Vista lateral mecanismo, Facci S.N.C.

Fuente: Patente ES 2 436 205 T3.

La pieza (2) lleva en su parte posterior (no se muestra) cuatro orificios para la fijación al tablero de tornillos M10.

La pieza (6) y la pieza (25) son un único elemento de chapa de metal laminado y debidamente moldeado. Una cubierta inferior completa el cerramiento de la estructura

haciendo que el dispositivo sea completamente seguro desde el punto de vista de los reglamentos de seguridad.

Una lámina de metal de forma de semicírculo se encuentra justo debajo del aro haciendo de refuerzo del mismo y realiza la función de soporte del mecanismo de basculación y torsión. Este refuerzo va soldado al aro y hace que el aro sea más robusto y evita deformaciones permanentes en el aro.

### 3.1.3 Resortes de basculación.

Los dos muelles que incorpora el mecanismo se encuentran en paralelo y fijados en la parte superior de la placa basculante (figura 3.4). Su fijación se realiza mediante tornillos, y quedando libres en la parte de abajo y sujetos mediante unas tuercas (8) para facilitar su regulación de precarga, de manera que les recorre por su interior un eje. Tras una compresión máxima la pletina (10) realiza la función de tope.

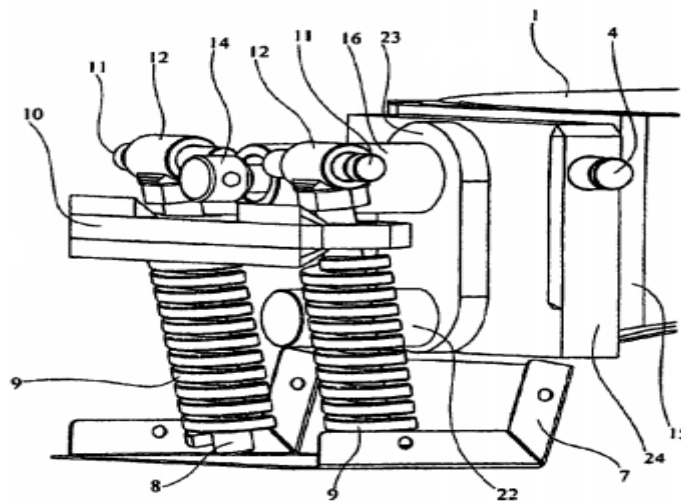


Figura 3. 4: Resortes mecanismo, Facci S.N.C.

Fuente: Patente ES 2 436 205 T3

Dichos muelles se comprimen cuando el aro recibe una fuerza hacia abajo, en el momento que desaparece dicha fuerza los muelles se sitúan otra vez en su posición de reposo logrando la posición horizontal del aro con respecto al tablero.

### 3.1.4 Mecanismo de torsión.

La torsión es la sollicitación que se presenta cuando se aplica un momento sobre un eje longitudinal de un elemento, como pueden ser ejes o es posible encontrarla en situaciones diversas como en el caso del mecanismo del aro.

Al generarse una fuerza ortogonal en el aro, por parte del jugador, esta fuerza es contrarrestada por la barra de torsión, realizando el movimiento lateralmente y volviendo a su posición inicial una vez retirada dicha fuerza.

Esta barra se encuentra situada justo perpendicularmente al aro (figura 3.5 pieza 14), ya que de este modo la torsión del aro queda limitado y no existe traslación lateral. Dicha barra de torsión se ubica dentro de un cilindro (16) el cual sirve para la absorción de tensiones. Esta pieza cilíndrica descarga los esfuerzos sobre la placa de soporte la cual está unida a la placa frontal del aro.

Todo el mecanismo de basculación está situado en la parte más alejada de la base del tablero, esto comporta la ventaja de situar todos los elementos de rotación perpendiculares al aro y de conseguir un dispositivo más compacto y consiguiendo que los movimientos, tanto rotacional como frontal, se puedan ejercer al mismo tiempo, cuestión que ocurre a menudo de forma simultánea.

Para asegurar un retorno del aro rápido a la posición de reposo existe un percutor (figura 3.5) con una ranura en forma de V en que la esfera (20) es empujada por un muelle (21). Este percutor en forma de V junto con la esfera permite una resistencia inicial a la torsión, una vez superada dicha resistencia el aro tiende a torsionarse. [7], [10].

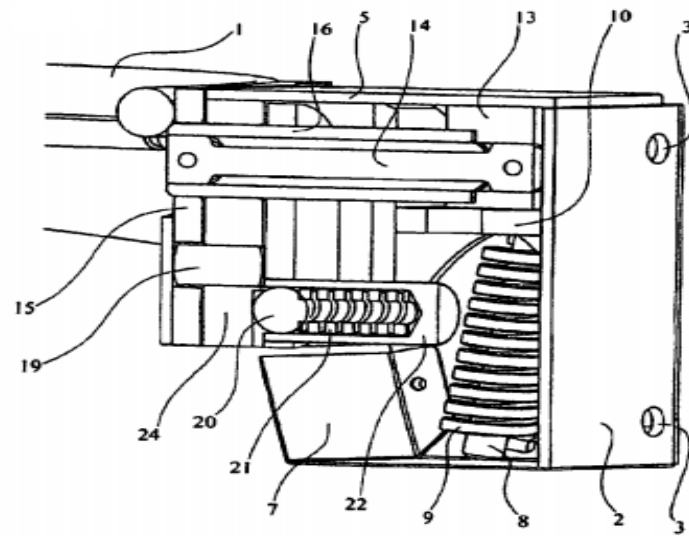


Figura 3. 5: Mecanismo de torsión, Facci S.N.C.

Fuente: Patente ES 2 436 205 T3.



## 4. Cálculos del proyecto.

### 4.1. Barra de torsión.

Dentro de este apartado se analizará con detalle la barra de torsión y se buscará el material adecuado para llegar a tener una flexión cuando la fuerza en el aro provenga de un lateral.

Para realizar los cálculos se necesitan los siguientes datos:

Longitud de la barra (L)= 90 mm

Diámetro de la barra = 12 mm

Módulo de rigidez del acero (G) = 81.000 N/mm<sup>2</sup>

A continuación se desarrollan las fórmulas adecuadas para el cálculo del ángulo de torsión ( $\theta$ ). En primer lugar se calcula el momento torsor ( $\tau$ ).

$$\tau = F \cdot L = \quad (4.1)$$

$$\tau = 1050 \text{ N} \cdot 230 \text{ mm} = 241500 \text{ Nmm}$$

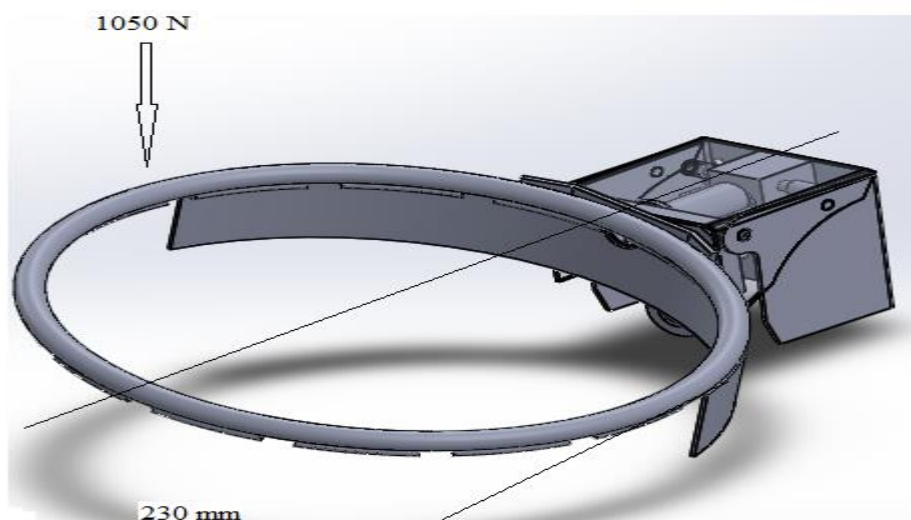


Figura 4. 1: Esquema aro-mecanismo.

Fuente: Elaboración propia.

J es el momento lineal de inercia y se calcula de la siguiente manera, donde el diámetro (d) se refiere al diámetro de la barra de torsión (12 mm).

$$J = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \quad (4.2)$$

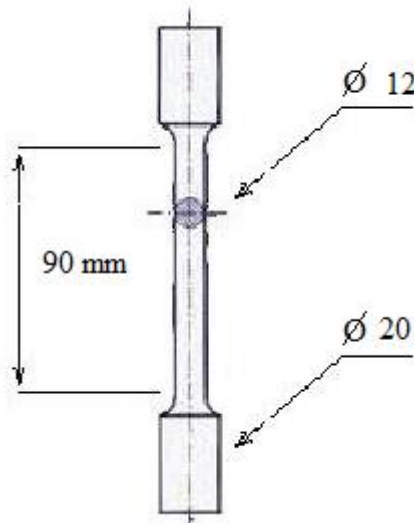


Figura 4. 2: Diámetros y longitud de la barra de torsión.

Fuente: Elaboración propia.

Angulo de torsión ( $\theta$ ).

$$(\theta) = \frac{\tau \cdot L}{J \cdot G} = \quad (4.3)$$

$$(\theta) = \frac{241500 \text{ Nmm} \cdot 90 \text{ mm}}{\frac{\pi \cdot 12^4}{32} \cdot 81000 \text{ N/mm}^2} = 0.131 \text{ rad}$$

Pasamos los radianes a grados (°):

$$\frac{\pi}{180^\circ} = \frac{0,131 \text{ rad}}{\theta} \rightarrow \theta = 7,55^\circ \quad (4.4)$$



La barra de torsión es de un acero aleado de alta resistencia (temple + revenido) que entra dentro del grupo F-1300 ya que su límite elástico ( $S_y$ ) es de 1300. Para la realización de la comparativa se realiza el siguiente cálculo para saber que no se va a romper.

$$S_{ys} = 1300 \cdot (0.57) = 741 \text{ N/mm}^2 \quad (4.5)$$

Con la fórmula de torsión se averigua cuantos  $\text{N/mm}^2$  esta dispuesta a aguantar la barra de torsión.

Donde  $C = d/2$ .

$$\tau = \frac{m\tau \cdot C}{J} = \quad (4.6)$$

$$\tau = \frac{(1050 \text{ N} \cdot 230 \text{ mm}) \cdot 12\text{mm}/2}{\frac{\pi \cdot 12^4}{32}} = 712 \text{ N/mm}^2$$

Como el valor de  $S_{ys}$  (resistencia a la fluencia al corte) del acero F-1300 es de  $741 \text{ N/mm}^2$  y la torsión que se quiere llegar con este material es de  $712 \text{ N/mm}^2$ , este material es adecuado para la realización del proyecto ya que nos supone una torsión de  $7,55^\circ$  que es más que suficiente para una torsión del aro lateralmente. Según normativa no tenemos ninguna limitación para dicha torsión del aro lateralmente. [16], [17]

\*Aceros aleados de gran resistencia (grupos F-1200,F-1300):

UNE	AISI	DIN	EN 10088	Estado	HB	HRC	$S_y$ (Mpa)	$S_{ut}$ (Mpa)
F 1250	4135	35CrMo4	1.7220	Normalizado	225		755	1020
				Temple+rev	230	46	1200	1400
					600	57	1500	1700
F 1270		32NiCrMo4	1.6743	Normalizado	380		1150	1300
				Temple+rev	450	43	1300	1450
					550	55	1500	1650

Tabla 4. 1: Aceros de gran resistencia.

Fuente: Robert L. Norton. Diseño de máquinas.

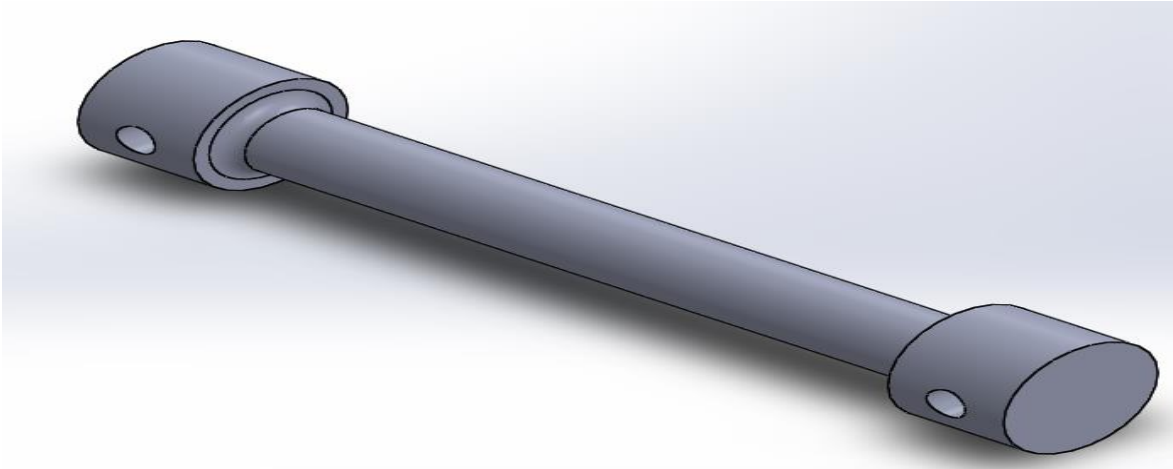


Figura 4. 3: Barra de torsión en solidworks.

Fuente: Elaboración propia.

## 4.2. Simulación de la barra de torsión.

Una vez analizado el material, mediante el programa de Solidworks se realiza la simulación para verificar el material de la barra de torsión.

Esta herramienta de análisis permite la comprobación digitalmente de las fuerzas que se generan en la pieza a torsión, esta herramienta utiliza el método de elementos finitos (MEF) que se basa en la definición de la geometría de la pieza, generación de la malla en la pieza y unas condiciones de contorno.

En primer lugar se realiza la malla para realizar la simulación estática a torsión como se muestra en la figura 4.4.

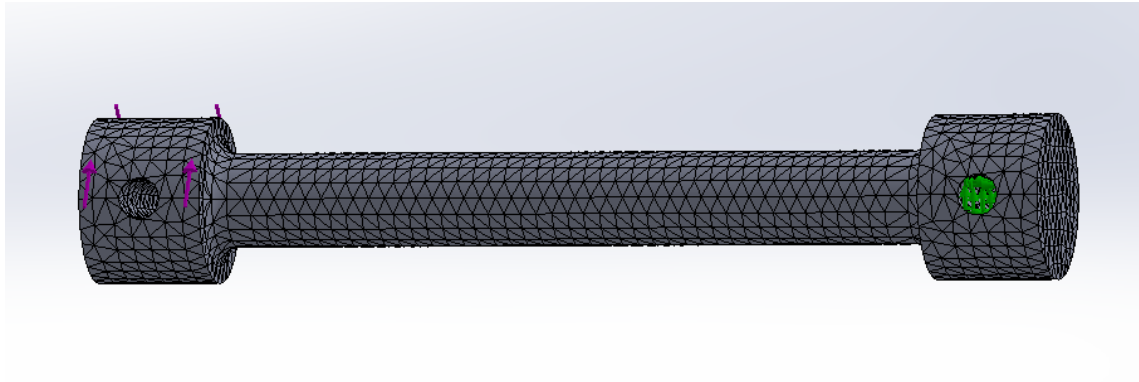


Figura 4. 4: Malla de la simulación

Fuente: Elaboración propia.

Una vez generada la malla se le aplica el estudio de la simulación para observar mediante colorido y la tabla de deformación unitaria equivalente (ESTRN) el resultado. Como se puede observar en la figura 4.5 la zona más tensionada es la central pero sin llegar a romperse ni a sufrir ninguna deformación.

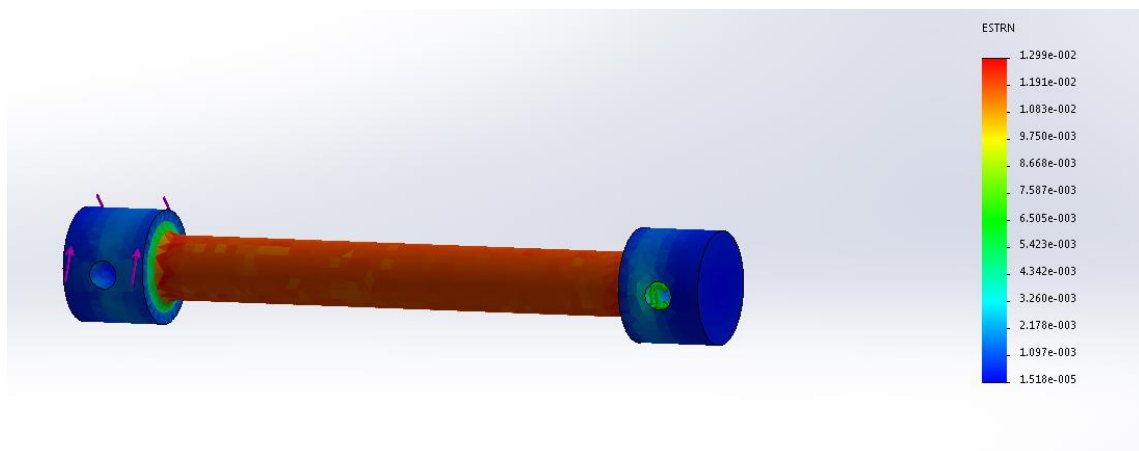


Figura 4. 5: Simulación y tabla de deformación unitaria equivalente (ESTRN).

Fuente: Elaboración propia.

Esto nos indica que el material está dentro de la zona elástica aplicándole una fuerza a la torsión de 1050 N y en consecuencia volverá a su estado natural una vez se le deje de aplicar dicha fuerza.

Si el material entrara dentro de la zona plástica o zona de tensión máxima sufriría una deformación irreversible. (Figura 4.6).

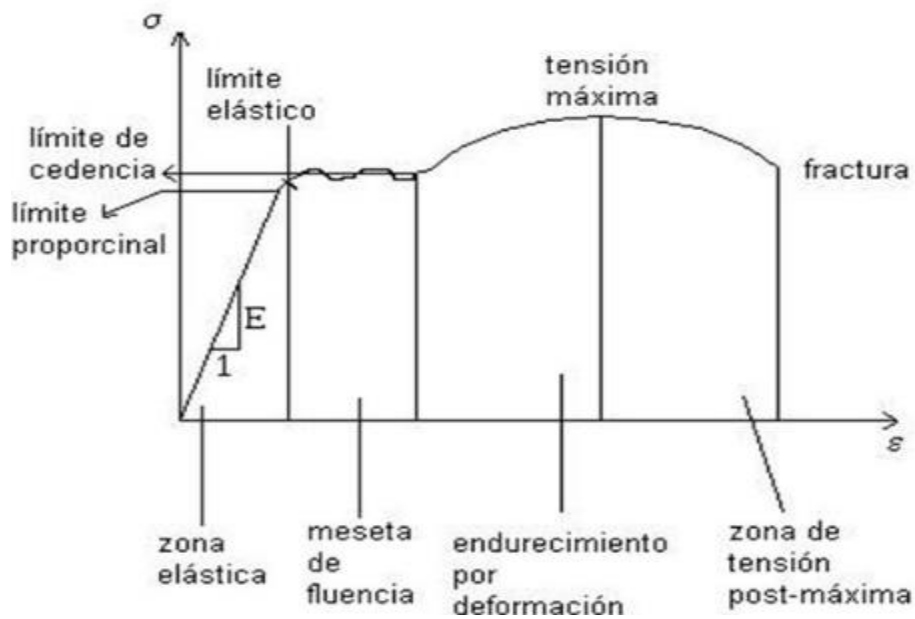


Figura 4. 6: Gráfica esfuerzo-deformación del acero.

Fuente: Ingemecánica.com.

Para ver más detalladamente la pieza se realiza un corte para observar los puntos donde más sufre la pieza. Claramente se puede observar que la barra sufre por la parte central y exterior del material.

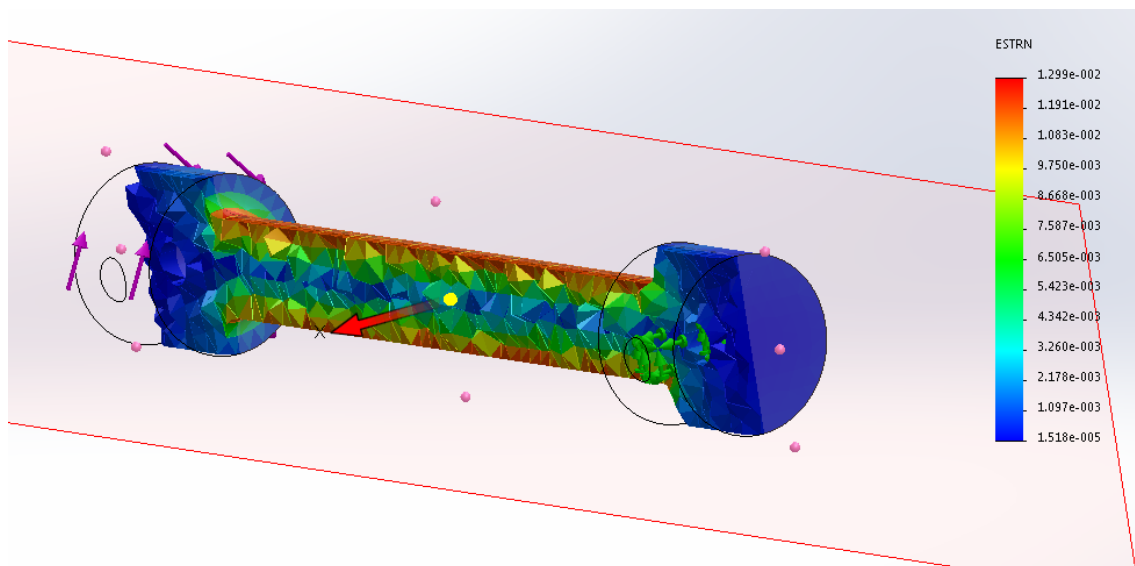


Figura 4. 7: Corte de la simulación de la barra de torsión.

Fuente: Elaboración propia.

### 4.3. Pasador de sujeción.

El pasador de sujeción es la pieza ubicada en el agujero del extremo de la barra de torsión. En este apartado se calcula su diámetro y se realiza un estudio de diferentes materiales para dicho elemento llegando al más adecuado que es el acero ASI-SAE 1020. En base a este material se realizaran los cálculos siguientes:

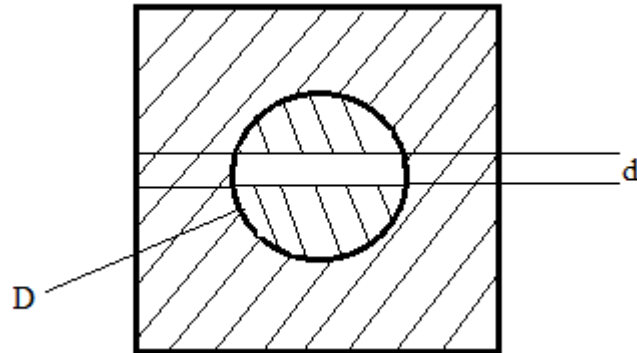


Figura 4. 8: Agujero para el pasador.

Fuente: Elaboración propia.

Cálculo del diámetro del pasador:

$$d = \frac{D}{3} = \frac{30 \text{ mm}}{3} = 10 \text{ mm} \quad (4.7)$$

Donde “P” es la fuerza al corte:

$$P = \frac{F \cdot \left(\frac{\text{Diámetro del aro}}{2}\right)}{D/2} = \quad (4.8)$$

$$P = \frac{1050 \text{ N} \cdot \left(\frac{460 \text{ mm}}{2}\right)}{30 \text{ mm}/2} = 16100 \text{ N}$$

Donde “ $\tau$ ” es el esfuerzo cortante:

$$\tau = \frac{P}{2 \cdot A} = \quad (4.9)$$

$$\tau = \frac{16100 \text{ N}}{2 \cdot \left( \frac{\pi \cdot (10 \text{ mm})^2}{4} \right)} = 102,5 \text{ N/mm}^2$$

Donde “Sy” es la resistencia a la fluencia del acero ASI-SAE 1020.

$$S_y = 380 \text{ N/mm}^2$$

Donde “Sys” es la resistencia a la fluencia al corte (0,57 es la constante).

$$S_{ys} = 0,57 \cdot 380 \text{ N/mm}^2 = 216,6 \text{ N/mm}^2$$

Donde “n” es el coeficiente de seguridad.

$$n = \frac{S_{ys}}{\tau} = \tag{4.10}$$

$$n = \frac{216,6 \text{ N/mm}^2}{102,5 \text{ N/mm}^2} = 2,11$$

Finalmente el pasador adecuado es de diámetro 10 mm y de material acero estirado en frío ASI-SAE 1020, ya que el factor de seguridad (n) que tiene esta pieza es de 2,11.

En un principio el cálculo se había realizado con un diámetro de 8 mm pero el valor de “Sys” (resistencia a la fluencia al corte) era inferior al que nos daba la fórmula del esfuerzo cortante ( $\tau$ ) eso indicaba que la pieza con ese diámetro se rompería, al final aumentando el diámetro se ha conseguido que la pieza aguante sobradamente. Este aumento del diámetro no influye para nada dentro del conjunto del mecanismo sino que lo mejora. [12], [15].

#### 4.4. Resortes.

Los resortes permiten la aplicación controlada de una fuerza o de un par de torsión, el almacenamiento y la liberación de energía representan otro posible propósito. La flexibilidad permite la distorsión temporal para el acceso y la restauración inmediata de la función.

Debido a la gran cantidad de maquinaria existente en el mercado, los resortes se han estudiado meticulosamente para cada diseño, en consecuencia la producción de resortes se realiza en grandes cantidades por ello su coste es bajo.

En general, los resortes se pueden clasificar como resortes de alambre, resortes planos o resortes con formas especiales, y existen variaciones dentro de estas divisiones. Los resortes de alambre incluyen a los resortes helicoidales de alambre redondo o cuadrado, hechos para resistir cargas de tensión, de compresión y de torsión.

Independientemente de la configuración del resorte, este posee una constante que la nombramos  $k$  definida como la pendiente de una curva de fuerza-deflexión. Esta  $k$  la encontramos mediante la fórmula siguiente: [12]

$$k = \frac{F}{y} \quad (4.11)$$

Donde  $F$  es la fuerza aplicada e  $y$  es la deflexión.

Para el cálculo del resorte se buscará esta constante para encontrar el resorte más adecuado.

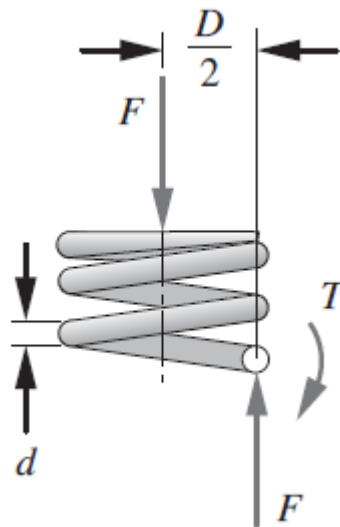


Figura 4. 9: Datos resorte.

Fuente: Robert L. Norton. Diseño de máquinas.

Valores conocidos:

$D = 50$  mm (Diámetro de la espiral)

$d = 8$  mm (Diámetro del alambre)

Cálculo del índice de resorte (C).

$$C = \frac{D}{d} = \quad (4.12)$$

$$C = \frac{50 \text{ mm}}{8 \text{ mm}} = 6,25$$

Con los datos anteriores se calcula el esfuerzo cortante ( $\tau$ ) en la espira con la mayor fuerza.

$$K_s = 1 + \frac{0,5}{C} = \quad (4.13)$$

$$K_s = 1 + \frac{0,5}{6,25} = 1,08$$

$$\tau = K_s \frac{8 \cdot F \cdot D}{\pi \cdot d^3} = \quad (4.14)$$

Donde F es igual a F2 (2800 N) que viene del cálculo del métrico de los tornillos (punto 4.5).

$$\tau = 1,1 \frac{8 \cdot 2800 \text{ N} \cdot 50 \text{ mm}}{\pi \cdot (8 \text{ mm})^3} = 696,3 \text{ N/mm}^2$$

A continuación se calcula la resistencia última (Sut) a la tensión del material del resorte teniendo en cuenta los valores de A y b de la tabla 4.2.

$$S_{ut} = A \cdot d^b = \quad (4.15)$$

$$S_{ut} = 2153,5 \text{ N/mm}^2 \cdot (8 \text{ mm})^{-0.1625} = 1536 \text{ N/mm}^2$$



ASTM #	Material	Intervalo		Exponente $b$	Coeficiente $A$		Factor de correlación
		mm	in		MPa	psi	
A227	Forjado en frío	0.5–16	0.020–0.625	-0.182 2	1 753.3	141 040	0.998
A228	Alambre musical	0.3–6	0.010–0.250	-0.162 5	2 153.5	184 649	0.9997
A229	Revenido en aceite	0.5–16	0.020–0.625	-0.183 3	1 831.2	146 780	0.999
A232	Cromo-v.	0.5–12	0.020–0.500	-0.145 3	1 909.9	173 128	0.998
A401	Cromo-s.	0.8–11	0.031–0.437	-0.093 4	2 059.2	220 779	0.991

Tabla 4. 2: Tabla de materiales.

Fuente: Robert L. Norton. Diseño de máquinas.

Una vez calculada la resistencia última podemos calcular la resistencia a la fluencia al corte (Sys).

$$\text{Sys} = 0,57 \cdot \text{Sut} = \quad (4.16)$$

$$\text{Sys} = 0,57 \cdot 1536 \text{ N/mm}^2 = 875,5 \text{ N/mm}^2$$

Para determinar si el muelle calculado es el ideal calcularemos el factor de seguridad (n)

$$n = \frac{\text{Sys}}{\tau} = \quad (4.17)$$

$$n = \frac{875,5 \text{ N/mm}^2}{696,3 \text{ N/mm}^2} = 1,25$$

El factor de seguridad de la espira es aceptable ya que su valor pasa de 1. [16]

A continuación se calcularán el número de espiras que debe llevar el resorte partiendo de la constante  $k$ . El valor de 5600 N, que es la carga final, se divide por dos (2800 N) ya que en el mecanismo existen dos resortes y la pre-carga son 1000N que también se divide entre dos resortes (500 N).

$$k = \frac{\Delta F}{y} = \quad (4.18)$$

$$k = \frac{2800 \text{ N} - 500 \text{ N}}{45 \text{ mm}} = 51,1 \text{ N/mm}^2$$

Para alcanzar la anterior constante de resorte el número de espiras del resorte debe cumplir la siguiente ecuación:

$$Na = \frac{d^4 \cdot G}{8 \cdot D^3 \cdot k} = \quad (4.19)$$

$$Na = \frac{8^4 \cdot 81.000 \text{ N/mm}^2}{8 \cdot 50^3 \cdot 51,1 \text{ N/mm}^2} = 6,5 \text{ espiras}$$

En este caso tenemos que tener en cuenta los extremos del resorte que son cuadrados y esmerilados de esta manera se obtienen el total de espiras.

$$Nt = Na + 2 = 6,5 + 2 = 8,5 \text{ espiras}$$

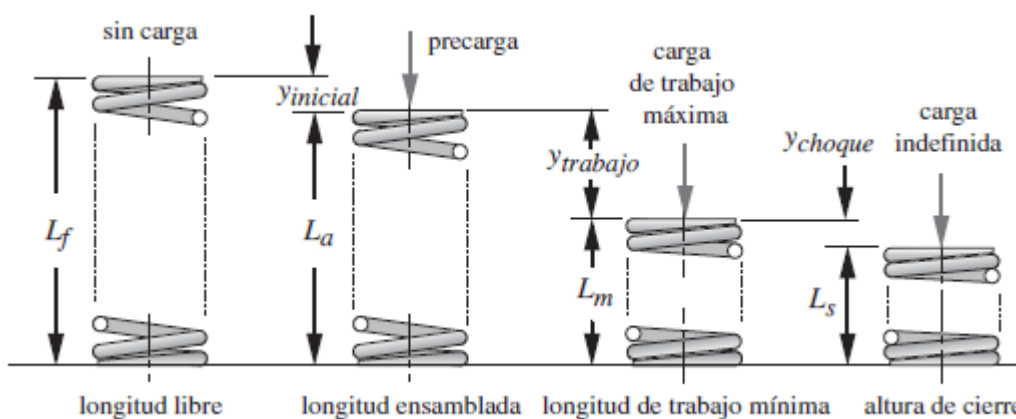


Figura 4. 10: Resortes helicoidales de compresión.

Fuente: Robert L. Norton. Diseño de máquinas.

Ahora se determina la altura de cierre ( $L_s$ ) que es la máxima compresión que puede tener el resorte (figura 4.6).

$$L_s = d \cdot Nt = 8 \text{ mm} \cdot 8,5 \text{ espiras} = 68 \text{ mm de longitud del resorte comprimido.}$$

A continuación se calculará la “ $y$  inicial” (figura 4.6) que es la deflexión a la cual está sometida el resorte sin carga hasta la precarga.

$$y_{inicial} = \frac{F_{inicial}}{k} = \quad (4.20)$$

$$y_{inicial} = \frac{500 \text{ N}}{51,1 \text{ N/mm}^2} = 9,7 \text{ mm}$$

Suponemos una holgura de golpeo (y *choque*) del resorte de un 15% de la deflexión de trabajo (figura 4.6).

$$y_{choque} = 0,15 \cdot y = 0,15 \cdot 45 \text{ mm} = 6,75 \text{ mm}$$

La suma de las anteriores longitudes nos dará la longitud final del resorte ( $L_f$ ). [16]

$$L_f = L_s + y_{choque} + y + y_{inicial} = \quad (4.21)$$

$$L_f = 68 \text{ mm} + 6,75 \text{ mm} + 45 \text{ mm} + 9,7 \text{ mm} = \mathbf{129,45 \text{ mm}}$$

Después de analizar el resultado se considera óptima la longitud de los muelles a utilizar en el mecanismo ya que la caja donde van situados ambos muelles es de 150 mm y caben perfectamente en la caja del mecanismo. [16]

## 4.5. Soldadura.

Para la realización de la unión de la tapa superior del mecanismo con el soporte de la base de la barra de torsión se utilizará la soldadura con arco con electrodo revestido.

El proceso de la soldadura manual por arco eléctrico con electrodo revestido (SMAW, del inglés Shielded Metal Arc Welding) comienza con el cebado o establecimiento del arco entre el extremo del electrodo y la pieza a soldar.

Una vez conseguido el mantenimiento y estabilización del arco, el calor generado funde el revestimiento y la varilla metálica del electrodo, a la vez que la combustión del revestimiento sirve para originar una atmósfera protectora que impide la contaminación del material fundido.

Así, las gotas de metal fundido procedentes de la varilla metálica del electrodo van a depositarse en el baño de fusión rodeadas de escoria. Esta escoria, por efecto de la viscosidad, flota en el baño protegiéndolo contra un enfriamiento rápido y de la contaminación del aire circundante.

Una vez frío el cordón, se procede a eliminar esta escoria que queda como una especie de costra en la superficie del cordón.

Teniendo en cuenta la disposición entre las piezas a unir y teniendo una carga de 5600 N ( $P$ ), se opta por el tipo de soldadura en ángulo ( $45^\circ$ ). En primer lugar se calcula el área ( $A_s$ ) de la soldadura donde  $h$  es el espesor y  $l$  la longitud del cordón de soldadura.

$$A_s = h \cdot l = \quad (4.22)$$

$$A_s = 3\text{mm} \cdot 45\text{mm} = 135 \text{ mm}^2$$

Una vez se obtiene el área de soldadura se calculará la resistencia permisible ( $\tau$  permisible) con base en el 30% del valor del electrodo, en este caso se utilizará un electrodo con una resistencia a la tensión de  $482,63 \text{ N/mm}^2$  (70 Kpsi).

$$\tau_{\text{permisible}} = 0,3 \cdot 482,63 \text{ N/mm}^2 = 145 \text{ N/mm}^2$$

Calculamos el área cortante ( $A$  cortante) necesaria para la garganta de la soldadura.

$$A_{\text{cortante}} = \frac{P}{\tau_{\text{permisible}}} = \quad (4.23)$$

$$A_{\text{cortante}} = \frac{5600 \text{ N}}{145 \text{ N/mm}^2} = 38,6 \text{ mm}^2$$

Sabiendo el área cortante necesaria determinaremos la dimensión de la garganta de las dos soldaduras de filete de longitud completa (una por cada lado de la junta).

$$A_{\text{cortante}} = 2 \cdot l \cdot t = \quad (4.24)$$

Dónde despejamos  $t$  (longitud de la garganta) (figura 4.7):

$$t = \frac{2 \cdot l}{A_{\text{cortante}}} = \quad (4.25)$$

$$t = \frac{2 \cdot 45 \text{ mm}}{38,6 \text{ mm}^2} = 2,33 \text{ mm}$$

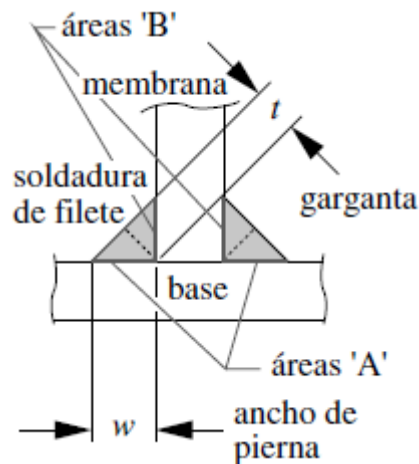


Figura 4. 11: Vista de la soldadura.

Fuente: ingemecanica.com

A continuación se calculará el ancho de pierna ( $w$ ).

$$w = \frac{t}{\cos 45^\circ} = \quad (4.26)$$

$$w = \frac{2,33 \text{ mm}}{\cos 45^\circ} = 3,3 \text{ mm}$$

Para verificar si la pieza fallará, se verificarán las dos áreas entre la base y la soldadura (áreas A y B de la figura 4.7), las cuales están sometidas a cortante. Con la fórmula de la resistencia a la fluencia garantizamos la soldadura.

$$\tau_{xy} = \frac{P}{A_{\text{fusión}}} = \frac{P}{2 \cdot l \cdot w} = \quad (4.27)$$

$$\tau_{xy} = \frac{5600 \text{ N}}{2 \cdot 45 \text{ mm} \cdot 3,3 \text{ mm}} = 18,85 \text{ N/mm}^2$$

$$N_{\text{fluencia}} = \frac{S_{sy}}{\tau_{xy}} = \quad (4.28)$$

$$N_{\text{fluencia}} = \frac{250 \text{ N/mm}^2 \cdot (0,57)}{18,85 \text{ N/mm}^2} = 7,56$$

Una vez calculada la falla sometida a cortante se calculará la falla sometida a tensión de la soldadura ( $\sigma_x$ ).

$$\sigma_x = \frac{P}{A} = \quad (4.29)$$

$$\sigma_x = \frac{5600 \text{ N}}{3 \cdot 45 \text{ mm}^2} = 41,5 \text{ N/mm}^2$$

$$N_{\text{fluencia}} = \frac{S_y}{\sigma_x} = \quad (4.30)$$

$$N_{\text{fluencia}} = \frac{250 \text{ N/mm}^2}{41,5 \text{ N/mm}^2} = 6,02$$

Después de analizar el resultado se consideran óptimos los materiales a emplear ya que el factor de seguridad pasa de 1. [14]

#### 4.6. Tornillos.

En este apartado se va a calcular el métrico necesario de los tornillos de sujeción de los resortes. En la figura 4.8 se esquematiza en aro junto al mecanismo de manera que se pueden observar las fuerzas que se generan en el aro y en el mecanismo y las distancias que hay entre el aro y la situación de los tornillos de los resortes.

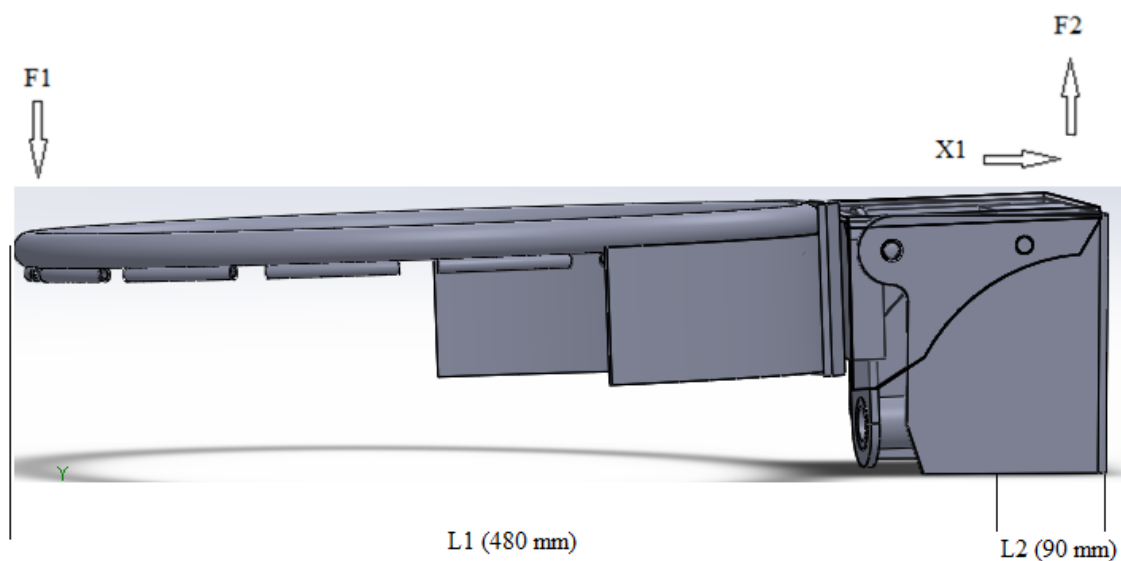


Figura 4. 12: Longitudes y fuerzas en el aro-mecanismo.

Fuente: Elaboración propia.

En primer lugar se calcula la fuerza generada en F2 ya que la fuerza F1 se sabe por normativa que son 1050 N y las longitudes también se saben.

$$F2 = \frac{F1 \cdot L1}{L2} = \quad (4.31)$$

$$F2 = \frac{1050 \text{ N} \cdot 480 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} = 5600 \text{ N}$$

$$F2 = Sp \cdot A \cdot 0,5 = \quad (4.32)$$

Despejamos de la formula anterior el área (A).

Donde  $Sp$  es la resistencia de prueba mínima (tabla 4.4) y 0.5 es una constante.

$$A = \frac{5600 \text{ N}}{310 \cdot 0,5} = 36,13 \text{ mm}^2 \quad (4.33)$$

<b>Tabla 11-2 Dimensiones principales de cuerdas de tornillos del estándar métrico ISO</b>						
Datos calculados con las ecuaciones 11.1; véase la referencia 4 para mayor información						
Diámetro mayor $d$ (mm)	Cuerdas gruesas			Cuerdas finas		
	Paso $p$ mm	Diámetro menor $d_r$ (mm)	Área de esfuerzo por tensión $A_t$ (mm <sup>2</sup> )	Paso $p$ mm	Diámetro menor $d_r$ (mm)	Área de esfuerzo por tensión $A_t$ (mm <sup>2</sup> )
3.0	0.50	2.39	5.03			
3.5	0.60	2.76	6.78			
4.0	0.70	3.14	8.78			
5.0	0.80	4.02	14.18			
6.0	1.00	4.77	20.12			
7.0	1.00	5.77	28.86			
8.0	1.25	6.47	36.61	1.00	6.77	39.17
10.0	1.50	8.16	57.99	1.25	8.47	61.20

Tabla 4. 3: Métrico de tornillos según área de esfuerzo por tensión.

Fuente: Norton 2011. Diseño de máquinas.

En la tabla anterior (Tabla 4.3) se puede observar que el métrico que le pertenece a un área de esfuerzo por tensión ( $A_t = 36,13 \text{ mm}^2$ ) aproximadamente es M8 (d) tomando una calidad de tornillo de 4.8 (Tabla 4.4). [16]

**Tabla 11-7 Especificaciones métricas y resistencias para pernos de acero**

Número de clase	Intervalo del tamaño del diám. ext. (mm)	Resistencia de prueba mínima (MPa)	Resistencia a la fluencia mínima (MPa)	Resistencia a la tensión mínima (MPa)	Material
4.6	M5-M36	225	240	400	bajo o medio carbono
4.8	M1.6-M16	310	340	420	bajo o medio carbono

Tabla 4. 4: Especificaciones métricas.

Fuente: Norton 2011. Diseño de máquinas.



## **5. Desarrollo de la solución y análisis de resultados.**

Para el desarrollo de la solución, después de identificar el problema, en primer lugar se han definido los objetivos del proyecto donde se ha descrito el propósito, la finalidad, el objeto y el alcance del mismo. Sin embargo se han revisado antecedentes y necesidades de información para encaminar el proyecto, se han estudiado patentes existentes por tener un abanico más amplio de información y saber de qué características se componen los mecanismos de los aros de baloncesto y poder analizar una de ellas.

A continuación se decidieron unos objetivos con sus correspondientes especificaciones técnicas después de revisar los antecedentes y las patentes, para poder estudiar una de ellas. Seguidamente se verifica con las viabilidades técnica, económica y medioambiental que es factible el proyecto, dado que es un trabajo de la profesión de ingeniero.

El desarrollo de la solución concluye con el estudio de la patente elegida relacionada con un aro de baloncesto homologable por la FIBA, el cual tiene un mecanismo que permite al aro una flexión frontal y lateral, así como un bajo mantenimiento. Este mecanismo tiene la finalidad de evitar posibles lesiones a los jugadores al realizar una fuerza al impactar sobre el aro.

Todo queda descrito en la memoria del proyecto, donde se han plasmado por un lado los antecedentes que han permitido identificar la historia del aro de baloncesto; y por otro lado se ha descrito el funcionamiento del mecanismo del aro, se han realizado cálculos del mecanismo del mismo para saber que materiales eran los óptimos y que valores de resistencia ofrecían. En definitiva se han dispuesto todos los elementos para su óptima realización.

### **5.1 Análisis de resultados**

En general se puede concluir que los objetivos del proyecto han sido alcanzados aunque se han encontrado imprevistos que han hecho que hubiera algunas desviaciones tanto positivas como negativas.

Para lo que se refiere a los objetivos se han tenido que desglosar en dos partes, una ha sido el cumplimiento de las medidas y materiales del aro en referencia con la normativa de la

FIBA y la segunda ha sido el estudio del mecanismo del aro ya que no se tenía información sobre las medidas exactas de las diferentes partes del aro y se ha tenido que averiguar mediante información en libros de ingeniería mecánica, software informático y documentación de la patente.

Dentro del apartado de cálculos del proyecto se han realizado diferentes alternativas llegando a la finalidad descrita en este proyecto y en consecuencia se puede comprobar que los resultados obtenidos son adecuados para la ejecución del proyecto.

## 6. Planificación.

El proyecto se ejecutará del 20 de febrero al 2 de junio de 2017, constituido por 600 horas y repartidas en diferentes tareas y días.

El siguiente proyecto se ha dividido en 200 horas para la elaboración del anteproyecto y 400 horas para la elaboración del proyecto de detalle, transformado a días serían 25 y 50 días de trabajo, contando 8 horas de trabajo al día.

Para realizar la planificación es necesario conocer las tareas en las que se dividirá el proyecto de detalle, además de las duraciones, las prelacións y los recursos empleados en cada una de las tareas. El proyecto de detalle se dividirá en las siguientes etapas que se desarrollan a continuación:

- **Formación.** En primer lugar se efectuará una formación para saber realmente el procedimiento a seguir en la ejecución del proyecto.
- **Detalle del aro.** Se buscará información sobre las medidas y grosores de aros de competición y materiales adecuados.
- **Detalle de la caja de mecanismo.** Se buscará información adecuada para saber las medidas y todos sus componentes.
- **Detalle y cálculo de los resortes.** En este apartado se calculará el esfuerzo del material empleado en la configuración de los resortes, en el apartado cálculos se especifica este punto con detalle.
- **Detalle de la barra de torsión.** En este apartado se analizará la barra de torsión en cuanto al material con el que está construida, y mediante el esfuerzo cortante se desarrolla los ángulos de torsión y deflexión que nos genera (más especificado en el apartado cálculos).
- **Detalle de los tornillos de sujeción.** En este apartado se calcularán los tornillos a colocar para la fijación de la caja de mecanismo al tablero referente al esfuerzo cortante de los mismos y su dimensión (más especificado en el apartado cálculos).

- **Detalle del ensamblado.** Se analizará el ensamblado de las diferentes partes, tanto de la parte del mecanismo como de la parte estructural del aro (Solidworks).
- **Documentación** donde se recopilará toda la información que sea necesaria para la realización del proyecto.
- **Planificación** de la fase de explotación del producto.
- **Presentación**, donde se tratará la entrega y presentación del proyecto.
- Y por último, el **cierre**, donde se analizará el transcurso del proyecto, recopilando toda la información que pueda ser útil para próximos proyectos, así como las desviaciones que se hayan encontrado durante el desarrollo del mismo.

ID	Actividades	Prelaciones	Tiempo estimado
A	Formación		4h
B	Detalle del aro	A	40h
C	Detalle de caja de mecanismo	B	50h
D	Detalle y cálculo de muelles	C	55h
E	Detalle de la barra de torsión	D	40h
F	Detalle de tornillería	E	20h
G	Detalle del ensamblado	E	40h
H	Documentación	G	70h
I	Planificación	H	30h
J	Presentación	I	16h
K	Cierre	J	35h
<b>Total proyecto de detalle</b>			<b>400h</b>

ID	Actividades	Prelaciones	Tiempo estimado
		<b>Total anteproyecto</b>	<b>200h</b>
		<b>Total horas del proyecto</b>	<b>600h</b>

Tabla 6. 1: Planificación del proyecto.

Fuente: Elaboración propia.

Como muestra el diagrama de Gantt (figura 6.1) todas las tareas están dentro del camino crítico menos la actividad F, esto significa que habrá que prestar más atención a las actividades que se encuentran dentro del camino crítico ya que requerirán mayor atención. La única manera de no tener que ampliar la fecha de entrega en caso de que cualquiera de estas tareas se prolongara, sería la realización de horas extras por parte del proyectista, ya que solo existe este recurso.

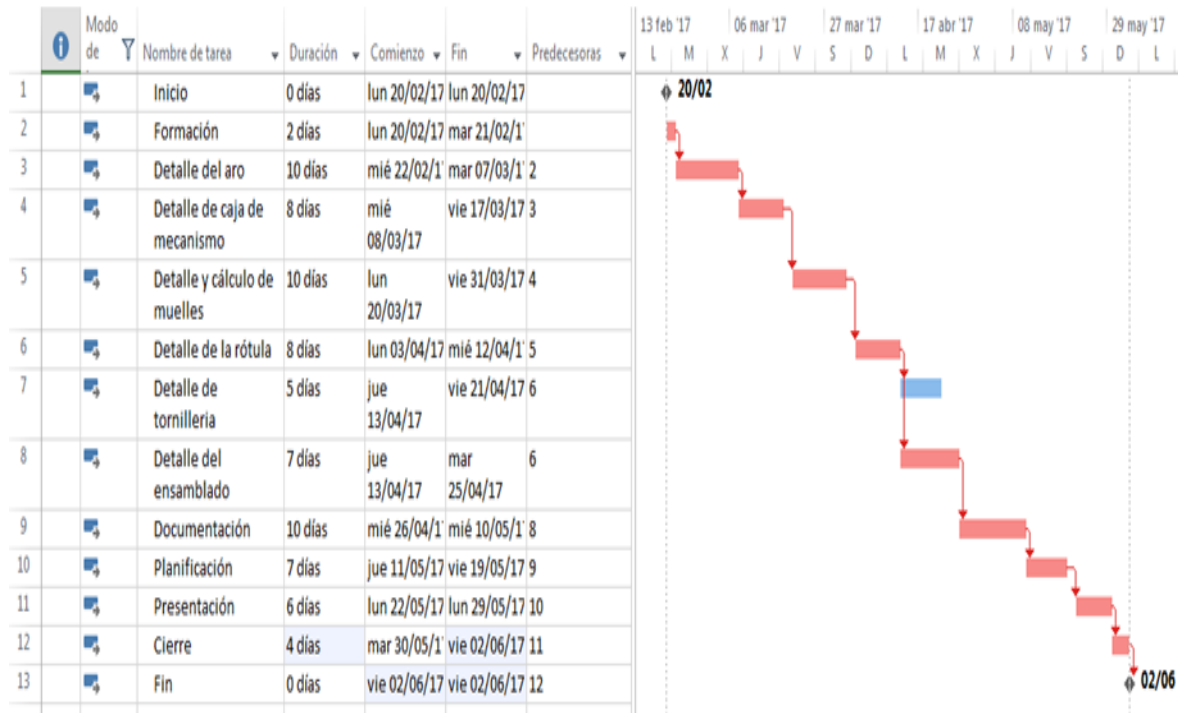


Figura 6. 1: Diagrama de Gantt.

Fuente: Elaboración propia.

La figura 6.2 muestra el Diagrama de Gantt de la ejecución donde se observa que existieron diversas desviaciones en la planificación. Las diferencias más significativas entre las dos planificaciones vienen dadas por la necesidad de introducir nuevas tareas como la revisión del anteproyecto y la unificación de otras tareas para facilitar su realización.

En la ejecución del proyecto se introdujeron las tareas de revisión del anteproyecto (8h), marco conceptual (40h) y el estudio económico (30h).

Asimismo se redistribuyen las tareas de la siguiente manera: detalle del mecanismo (70h), detalle de ensamblaje (35h) y planos (80h).

Por lo que respecta al conjunto de las tareas con sus prelaciones, la duración se desarrolla a continuación:

ID	Actividades	Prelaciones	Tiempo estimado
A	Formación		5h
B	Revisión Anteproyecto	A	50h
C	Marco conceptual (Antecedentes)	B	40h
D	Estudio económico	C	30h
E	Detalle mecanismo	D	70h
F	Detalle ensamblaje	D	35h
G	Planos	E	80h
H	Documentación	E, F	20h
I	Planificación	H	15h
J	Presentación	I	50h
K	Cierre y desviaciones	J	20h
<b>Total horas Proyecto de detalle</b>			<b>415</b>
<b>Total horas Anteproyecto</b>			<b>200</b>
<b>Total horas proyecto</b>			<b>615</b>

Tabla 6. 2: Listado de tareas ejecutadas.

Fuente: Elaboración propia.

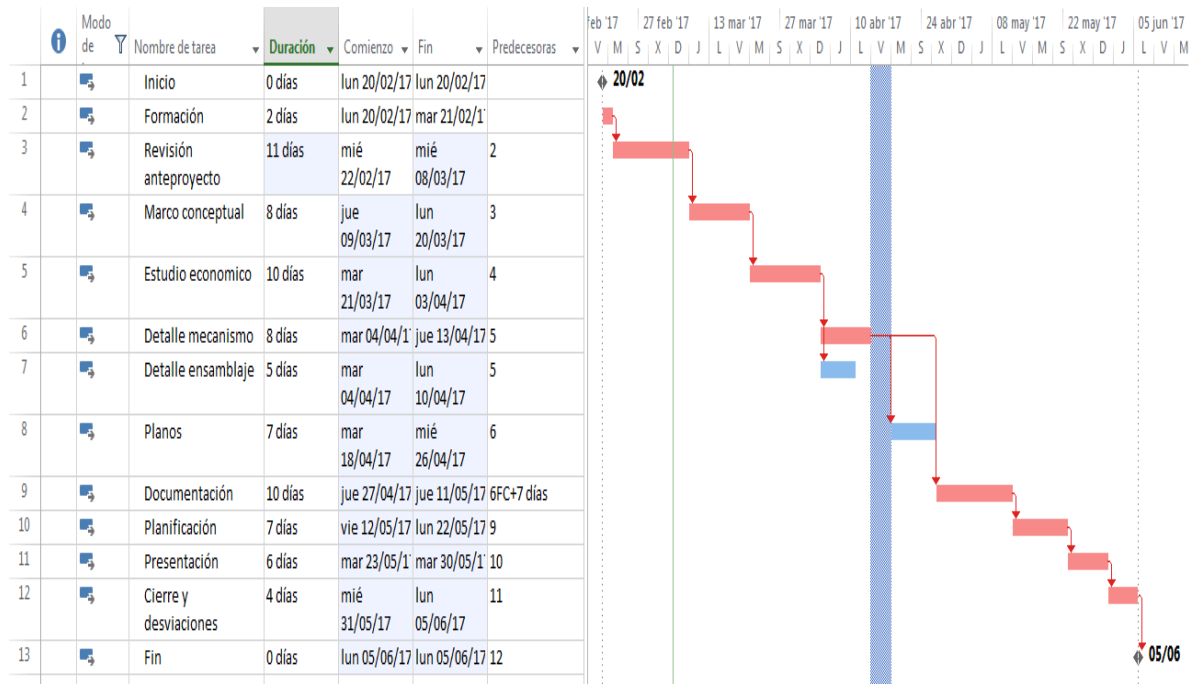


Figura 6. 2: Diagrama de Gantt de la ejecución.

Fuente: Elaboración propia.

En el caso de la tarea revisión del anteproyecto se empleó más tiempo del que se tenía previsto en un día más (8 horas) ya que hubo actividades que se necesitaron mejorar. En consecuencia el proyecto se ha retrasado en un día según la fecha de finalización, ya que esta tarea está dentro del camino crítico y eso hace que el proyecto se retrase.



## **7. Impacto medioambiental.**

El proyecto trata del estudio de un aro de baloncesto basculante para polideportivos donde se realice el deporte del baloncesto. Dicho aro está diseñado según los requisitos de la normativa UNE-EN 1270.

En este estudio de viabilidad medioambiental se han estudiado los diferentes puntos negativos de impacto medioambiental que tendrá el proyecto hacia el medio ambiente.

El proyecto contempla el estudio de los componentes del aro, por lo que se prevé el poco impacto medioambiental que supondrá. El estudio de la patente del aro de baloncesto basculante no causa un gran impacto medioambiental, por lo que se podría decir que el impacto es bajo.

Suponiendo una fase de ensamblaje, existirían impactos mínimos que afecten en parte directamente a la atmósfera, principalmente algo de polvo y algo de ruido producido por el ensamble de los diferentes componentes.

La maquinaria, como puede ser alguna máquina de taladrar o similar, irán conectadas a la red eléctrica por lo tanto existe contaminación indirecta ya que la energía eléctrica puede ser producida por una central nuclear o térmica.

En el ámbito de la fabricación del aro sí que puede que existan aguas residuales pero serían tratadas por una planta depuradora antes de salir a la red de alcantarillado.

Los residuos del ensamblaje del mecanismo del aro y los residuos al finalizar la vida útil del mismo deben ser reciclados en centros de recogida o gestores de material reciclable.

Habrán controles medioambientales según la normativa vigente.

El mayor impacto del aro de baloncesto lo provoca cuando termine su vida útil ya que todo deberá tratarse en centros de reciclaje especializados.

En el estudio de impacto ambiental de detalle deberán considerarse diferentes aspectos que tienen que ver con los factores ambientales y las acciones impactantes propias, en este caso, del estudio de un aro de baloncesto basculante.

Para la realización de la viabilidad medio ambiental se realizan a continuación varias tablas para su análisis.

- Acciones impactantes.

Descripción	Acciones Impactantes	Observaciones
Fase de Construcción o Ejecución	Producción de ruidos y vibraciones	Las acciones más significativas de la fase de construcción, aunque son mínimas, son la producción de ruido y vibraciones, y las emisiones de polvo.
	Emisiones de polvo	
Fase de Funcionamiento	Producción de ruidos y vibraciones	Se tendrá un pequeño ruido y vibraciones a la hora de su utilización ya que al impactar la pelota con el aro esto genera algo de ruido.  Al generarse el movimiento basculante se generará ruido instantáneo.
	Emisiones de polvo	
Fase de uso	Residuos al acabar la vida útil	Las acciones impactantes de la fase de uso, aunque se deben tener en cuenta en el estudio de detalle, son menos importantes que las de la fase de construcción.

Tabla 7. 1: Acciones impactantes (medio ambiente).

Fuente: Elaboración propia.

- Factor ambiental.

Descripción	Factor ambiental	Observaciones
Medio Natural	Atmósfera	Calidad del aire, ruido
	Suelo	No existe impacto
	Agua	Posibles aceites o lubricantes para mantenimiento del mecanismo
	Flora	No existe impacto
	Fauna	No existe impacto
	Medio perceptual	No existe impacto
Medio Socioeconómico	Uso del territorio	No existe impacto
	Cultural	Impacto positivo al uso del producto para el deporte
	Infraestructura	Crecimiento de la industria
	Humano	No existe impacto
	Economía y población	Generación de puestos de trabajo

Tabla 7. 2: Factor ambiental (medio ambiente).

Fuente: Elaboración propia.

Dentro del reglamento 10/2009 PCA, esta actividad entraría dentro del Anexo III, esto indica que hará falta una licencia municipal, que en este caso la tramita el propio ayuntamiento.

De dicho reglamento se deriva lo siguiente:

Anexo III: Actividades con baja incidencia en el medio ambiente, la salud y la seguridad de las personas sometidas al régimen de licencia del capítulo III del título II de este reglamento.

Clasificación de las actividades para usos:

Tipo I: actividades industriales que no producen efectos molestos sobre el entorno y que por sus características resultan compatibles con el uso residencial.

Incluye las industrias sin riesgo ambiental, con bajo nivel de ruido y baja carga de fuego, con una superficie máxima de 500 m<sup>2</sup>. Incluye los talleres artesanales: es decir las actividades de transformación y creación de productos de carácter manual, que utiliza pequeña maquinaria que no crea molestias, ni riesgo ambiental, ni respecto al uso residencial ni respecto al uso agrícola o forestal.

Aunque los talleres artesanales estén tipificados como actividad industrial, a efectos de compatibilidades de usos asimilarán a otros usos.

## **8. Conclusiones y posibles mejoras.**

En este apartado se presentan las conclusiones extraídas del desarrollo del proyecto y se valora alguna posible mejora.

En un principio este proyecto trataba de la realización de una mejora en la patente que se eligió pero era un reto difícil de que surgiera con éxito ya que las patentes están muy estudiadas y probadas. En mi caso me faltaban medios y tiempo para poder realizar un prototipo eficaz y poder hacer pruebas sobre el mismo.

Mi ponente, al que agradezco toda la ayuda prestada, me propuso realizar el análisis y estudio de esta patente que se seleccionó entre varias, ya que era un trabajo de la profesión de ingeniero. Dentro de la industria, y también en la vida cotidiana, vemos que existen diferentes tipos de aparatos o sistemas, los cuales son muy semejantes. Esto me lleva a la conclusión de que existen ingenieros realizando este tipo de trabajo, el análisis de patentes, para encontrar alternativas para sus diferentes proyectos. En mi entorno laboral actual nos vemos obligados a buscar nuevas alternativas para la mejora de nuestras instalaciones y en consecuencia me ha sido de gran ayuda la realización de este proyecto.

Una vez analizada y estudiada la patente han surgido diferentes alternativas de mejora mucho más claras que se tenían al principio. Una de ellas ha sido la instalación de cambiar la barra de torsión por una rótula que conllevaría que el aro tuviese una mayor flexión lateral. Existen en el mercado una gran variedad de modelos que se adaptarían a este proyecto.

En el caso de los resortes considero que es una solución óptima ya que el trabajo que ejercen en el sistema y teniendo en cuenta el material del que están hechos. Son los ideales a nivel de durabilidad y eficacia hasta el momento. Dentro del mercado se encuentra una gran variedad de resortes e incluso hay fabricantes que los hacen a la medida del consumidor.

En el ámbito de la soldadura me han sorprendido todos los factores que se tienen en cuenta a la hora de soldar piezas, esto hace que en general las piezas soldadas tengan una mayor resistencia de lo que yo me pensaba.



## 9. Referencias.

- [1] OEPM (2017); Organismo Público responsable del registro y la concesión de las distintas modalidades de Propiedad Industrial [versión electrónica]. Disponible en: <http://www.oepm.es/es/index.html> (Enero 2017).
- [2] Carlos Jiménez Poyato. Historia del baloncesto en España. (2ª Edición), Ed. Círculo Rojo (2016). Código ISBN 9788491267256. (Febrero 2017)
- [3] F.E.B (2017); Federación española de baloncesto [versión electrónica]. Disponible en: <http://www.feb.es/normativa.aspx> (Febrero 2017).
- [4] Shackelford, James F, Introducción a la ciencia de materiales para ingenieros (6ta Edición), Ed. Pearson educación (2005).
- [5] CTE (2017). Código técnico de la edificación. [Versión electrónica]. Disponible en: <https://www.codigotecnico.org/> (Febrero 2017).
- [6] APTA (2017). Asociación para la promoción técnica del acero. . [Versión electrónica]. Disponible en: <http://www.apta.com.es/pdf/aceros.pdf> (Febrero 2017).
- [7] Patente ES 2 436 205 T3 (2013); Oficina española de patentes y marcas. Disponible en:  
  
<https://patentimages.storage.googleapis.com/pdfs/5ba2865c8e809afacd69/2436205.pdf> (Febrero 2017).
- [8] AENOR (2006); Disponible en; Norma Española UNE-EN 1270. (Enero 2017).
- [9] FIBA (2016); Official Basketball Rules [versión electrónica]. Disponible en: <http://www.fiba.com/es/documents> (Febrero 2017).
- [10] Instituto politécnico nacional de México (2008); Estudio del acero utilizado en una barra estabilizadora automotriz. Disponible en: <http://tesis.ipn.mx/jspui/bitstream/123456789/239/1/TESIS%20-%20ESTUDIO%20DEL%20ACERO%20UTILIZADO%20EN%20UNA%20BARRA%20ESTABILIZADORA%20AUTOMOTRIZ.pdf> (Abril 2017).

- [11] Robert L. Norton. Diseño de maquinaria (4ª edición). Editorial Mcgraw Hill (2009) ISBN: 978-970-10-6884-7 (Abril 2017).
- [12] Richard G. Budynas y J. Keith Nisbett. Diseño en ingeniería mecánica de Shigley (8ª edición). Editorial Mcgraw Hill (2008) ISBN-10: 970-10-6404-6 (Mayo 2017).
- [13] Robert C. Juvinall. Fundamentals of machine component design (5ª edición). Editorial Wiley (2011) ISBN-13 9781118012895 (Abril 2017).
- [14] Tutorial 45. Soldadura por arco con electrodo revestido (2017) [versión electrónica]. Disponible en:  
<http://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn45.html>
- [15] Russell C. Hibbeler. Mecánica de materiales (8ª edición). Editorial Pearson (2011) ISBN: 978-607-32-0559-7 (Abril 2017).
- [16] Robert L. Norton. Diseño de máquinas (4ª edición). Editorial Pearson (2011) ISBN: 978-607-32-0589-4 (Abril 2017).
- [17] R.C. Hibbeler. Ingeniería mecánica Estática (12ª edición). Editorial Pearson (2010) ISBN: 978-607-442-561-1 (Mayo 2017).